

Сборник заданий формативного оценивания

**Геометрия
8 класс**

Уважаемый учитель!

Коллективная работа учителей позволила разработать настоящий сборник заданий в качестве обучающего пособия в помощь учителю в рамках внедрения обновленного содержания образования. Задания с критериями оценивания и дескрипторами являются образцами, которые помогут предоставлять обучающимся конструктивную обратную связь по достижению целей обучения, подбирать и разрабатывать аналогичные задания, планировать уроки и проводить формативное оценивание.

Рекомендательный характер сборника предоставляет возможность Вам адаптировать, дополнять и вносить изменения в задания с учетом возможностей и потребностей обучающихся.

Дополнительные материалы (руководства, презентации, планы и др.), возможность обсуждения на форумах и видеоинструкции Вы можете найти на официальном сайте АОО «Назарбаев Интеллектуальные школы» smk.edu.kz.

Плодотворной работы и творческих успехов!

Сборник предназначен для учителей основной школы, методистов, региональных и школьных координаторов по критериальному оцениванию и других заинтересованных лиц.

При подготовке сборника использованы ресурсы (рисунки, тексты, видео- и аудиоматериалы и др.), находящиеся в открытом доступе на официальных интернет- сайтах. Сборник разработан в некоммерческих целях.

СОДЕРЖАНИЕ

Раздел: Многоугольники. Исследование четырехугольников	4
2 ЧЕТВЕРТЬ.....	20
Раздел: Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника	30
3 ЧЕТВЕРТЬ.....	31
Раздел: Площади.....	31
4 ЧЕТВЕРТЬ.....	36
Раздел: Прямоугольная система координат на плоскости.....	36

1 четверть

Раздел: Многоугольники. Исследование четырехугольников

Цель обучения 8.1.1.1 знать определения многоугольника, выпуклого многоугольника, элементов многоугольника

Критерий оценивания *Обучающийся*

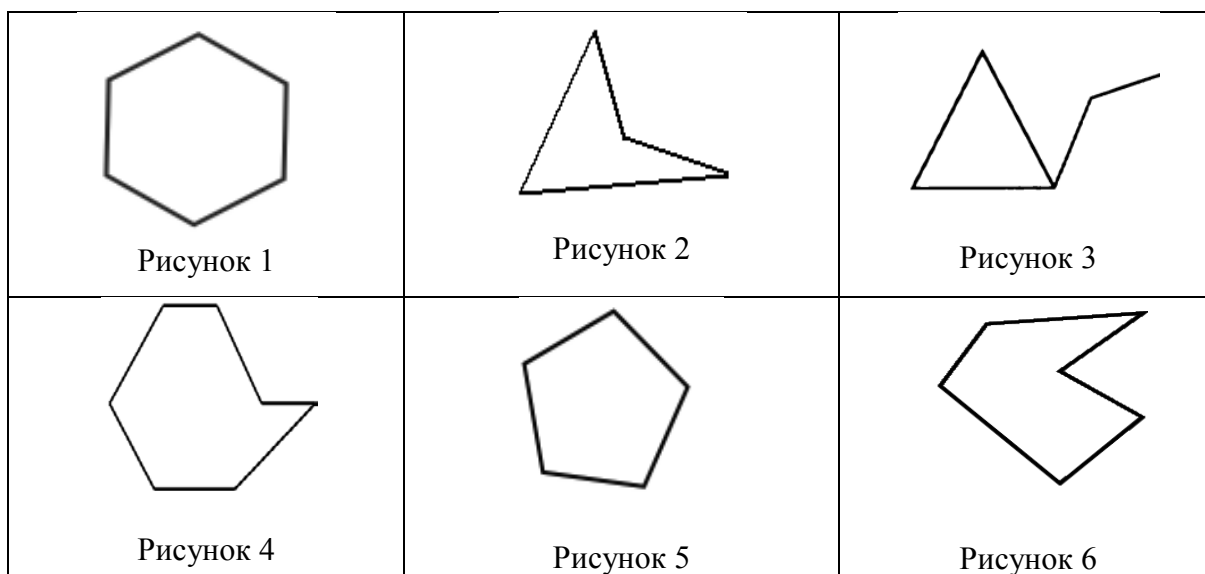
- Определяет многоугольник, его виды и элементы

Уровень мыслительных навыков Знание и понимание

Задание 1

Укажите, какие из фигур, изображенных на рисунках 1-6, являются:

- а) многоугольниками: _____
- б) выпуклыми многоугольниками: _____
- с) шестиугольниками: _____



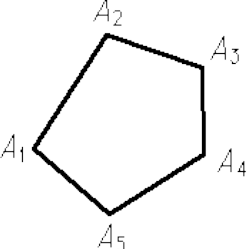
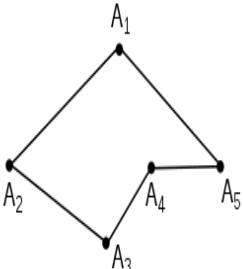
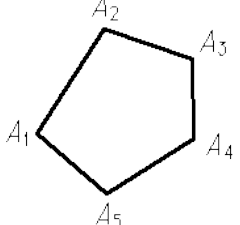
Дескриптор: *Обучающийся*

- распознает многоугольники, применяя определения многоугольников;
- различает выпуклые многоугольники;
- указывает шестиугольники.

ПРОЕКТ

Задание 2

Отметьте на рисунках 1-3 элементы многоугольника, запишите их буквенные обозначения.

Рисунок	Элементы	Обозначения
	Углы	
	Стороны	
	Постройте все диагонали многоугольника, выходящие из вершины A_2 .	

Дескриптор: *Обучающийся*

- перечисляет углы многоугольников;
- перечисляет стороны многоугольников;
- строит диагонали многоугольников.

Раздел: Многоугольники. Исследование четырехугольников

Цель обучения 8.1.1.2 выводить формулы суммы внутренних углов и суммы внешних углов многоугольника

Критерий оценивания *Обучающийся*

- Применяет формулу суммы внутренних углов многоугольника при решении задач
- Решает задачи, используя формулу суммы внешних углов многоугольника

Уровень мыслительных навыков Применение

Задание 1

Докажите, что сумма внешних углов выпуклого многоугольника, взятых по одному при каждой вершине, равна 360^0 .

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет свойство смежных углов;
- находит сумму градусных мер всех смежных углов многоугольника;
- применяет формулы суммы внутренних углов многоугольника;
- находит разность соответствующих градусных мер углов многоугольника;
- доказывает утверждение о сумме внешних углов выпуклых многоугольников.

Задание 2

Мера каждого угла правильного многоугольника равна 144° . Используя формулу нахождения суммы внешних углов, определите количество сторон данного многоугольника.

Дескриптор: *Обучающийся*

- составляет выражение, используя формулу суммы внешних углов многоугольника;
- вычисляет количество сторон.

Задание 3

Найдите:

- a) сумму внутренних углов восьмиугольника;
- b) величину одного угла в правильном пятиугольнике;
- c) количество углов многоугольника, если сумма его внутренних углов равна 900° ;

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет формулу суммы внутренних углов многоугольника;
- вычисляет сумму углов восьмиугольника;
- вычисляет сумму углов пятиугольника;
- вычисляет величину одного угла правильного пятиугольника;
- вычисляет количество углов многоугольника.

Раздел: Многоугольники. Исследование четырехугольников

Цель обучения 8.1.1.3 знать определение параллелограмма
8.1.1.4 выводить и применять свойства параллелограмма

Критерий оценивания *Обучающийся*

- Определяет параллелограмм и его свойства
- Применяет свойства параллелограмма при решении задач

Уровень мыслительных навыков Знание и понимание
Применение

Задание 1

Заполните таблицу:

Геометрическая фигура	Тип утверждения	Чертеж	Формулировка
Параллелограмм	Определение		
	Свойства односторонних и противоположных углов параллелограмма		
	Свойства сторон параллелограмма		
	Свойство диагоналей параллелограмма		

Дескриптор: *Обучающийся*

- формулирует определение параллелограмма;
- формулирует свойства односторонних и противоположных углов;
- формулирует свойство сторон параллелограмма;
- формулирует свойство диагоналей параллелограмма;
- строит пояснительные рисунки.

Задание 2

Сумма градусных мер трех углов параллелограмма $ABCD$ равна 250° . Найдите градусные меры всех углов данного параллелограмма.

Дескриптор: *Обучающийся*

- строит чертеж по условию задачи и вводит обозначения;
- использует свойство углов параллелограмма для составления выражения;
- выполняет вычислительные операции;
- находит все углы параллелограмма.

Задание 3

Биссектриса острого угла параллелограмма делит противоположную сторону на отрезки 10 см и 14 см . Найдите периметр параллелограмма.

Дескриптор: *Обучающийся*

- строит чертеж по условию задачи и вводит обозначения;
- использует свойство сторон параллелограмма для составления выражения;
- выполняет вычислительные операции;
- использует формулу периметра;
- рассматривает два случая;
- находит периметры параллелограмма.

Раздел: Многоугольники. Исследование четырехугольников

Цель обучения	8.1.1.5 выводить и применять признаки параллелограмма
Критерий оценивания	<i>Обучающийся</i> <ul style="list-style-type: none"> • Определяет признаки параллелограмма • Использует признаки параллелограмма при решении задач
Уровень мыслительных навыков	Знание и понимание Применение

Задание 1

Укажите, какие утверждения являются признаками параллелограмма:

- А) Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник – параллелограмм.
- В) Если в четырехугольнике диагонали равны, то этот четырехугольник – параллелограмм.
- С) Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно параллельны, то этот четырехугольник – параллелограмм.
- Д) Если в четырехугольнике диагонали, пересекаясь, делятся пополам, то этот четырехугольник – параллелограмм.
- Е) Если в четырехугольнике две стороны параллельны, то этот четырехугольник – параллелограмм.

Дескриптор: *Обучающийся*

- выбирает признаки параллелограмма, связанные со сторонами;
- выбирает признаки параллелограмма, связанные с диагоналями.

Задание 2

На диагонали BD параллелограмма $ABCD$ отмечены две точки P и Q так, что $PB=QD$. Доказать, что четырехугольник $APCQ$ – параллелограмм.

Дескриптор: *Обучающийся*

- строит чертеж по условию задачи и вводит обозначения;
- выполняет дополнительные построения;
- доказывает равенство отрезков;
- использует соответствующий признак параллелограмма;
- доказывает утверждение.

Раздел: Многоугольники. Исследование четырехугольников

Цель обучения 8.1.1.6 знать определения прямоугольника, ромба и квадрата, выводить их свойства и признаки

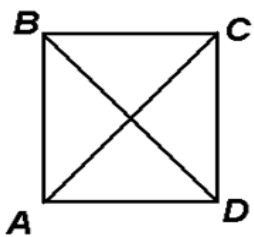
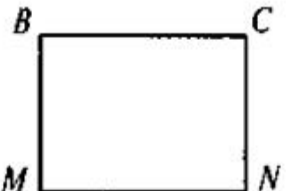
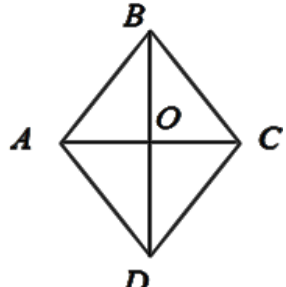
Критерий оценивания *Обучающийся*

- Распознает прямоугольник, ромб, квадрат
- Определяет признаки прямоугольника, ромба и квадрата
- Решает задачи, используя свойства и признаки прямоугольника
- Решает задачи, используя свойства и признаки ромба
- Решает задачи, используя свойства и признаки квадрата

Уровень мыслительных навыков Знание и понимание
Применение

Задание 1

Соотнесите название фигуры, рисунок и определение

Название фигуры	Рисунок	Определение
Прямоугольник		это параллелограмм, у которого все стороны равны
Ромб		это параллелограмм, у которого все углы прямые и все стороны равны.
Квадрат		это параллелограмм, у которого все углы прямые.

Дескриптор: *Обучающийся*

- определяет ромб и его чертеж;
- определяет квадрат и его чертеж;
- определяет прямоугольник и его чертеж.

Задание 2

Заполните таблицу:

Геометрическая фигура	Рисунок (Отметьте равные элементы на рисунке)	Свойства диагоналей
Прямоугольник		
Ромб		
Квадрат		

Дескриптор: *Обучающийся*

- строит чертёж прямоугольника, ромба, квадрата;
- отмечает равные элементы на чертежах;
- записывает свойства диагоналей прямоугольника;
- записывает свойства диагоналей ромба;
- записывает свойства диагоналей квадрата.

Задание 3

Сторона ромба образует с его диагоналями углы, один из которых в 4 раза больше другого. Найдите все углы ромба.

Дескриптор: *Обучающийся*

- выполняет чертёж;
- применяет свойства диагоналей ромба;
- использует свойства углов ромба;
- находит углы ромба.

Задание 4

Докажите, что если диагонали прямоугольника перпендикулярны, то он является квадратом.

Дескриптор: *Обучающийся*

- выполняет чертёж;
- применяет свойства диагоналей прямоугольника;
- использует признаки равенства треугольников;
- доказывает утверждение задачи.

Задание 5

Углы, образованные при пересечении диагоналей прямоугольника, относятся 2:7. Найдите углы, которые образует диагональ со сторонами данного прямоугольника.

Дескриптор: *Обучающийся*

- выполняет чертёж;
- применяет свойства диагоналей прямоугольника;
- использует свойство смежных углов;
- применяет свойства равнобедренного треугольника;
- находит углы, которые образует диагональ со сторонами прямоугольника.

Раздел: Многоугольники. Исследование четырехугольников

Цель обучения	8.1.1.7 знать и применять теорему Фалеса
Критерий оценивания	<i>Обучающийся</i> <ul style="list-style-type: none"> • Доказывает теорему Фалеса • Применяет теорему Фалеса при решении задач
Уровень мыслительных навыков	Знание и понимание Применение

Задание 1

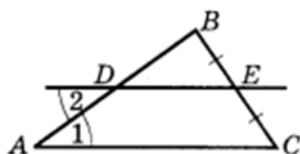
Сформулируйте теорему Фалеса и выполните ее доказательство.

Дескриптор: *Обучающийся*

- формулирует теорему Фалеса;
- выполняет построение чертежа;
- применяет признаки равенства треугольников;
- выполняет доказательство теоремы.

Задание 2

Дан треугольник ABC , причем точка E – середина стороны BC , а $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что $AD = DB$.



Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет признаки параллельности прямых;
- доказывает параллельность;
- применяет теорему Фалеса;
- доказывает равенство отрезков.

Раздел: Многоугольники. Исследование четырехугольников

Цель обучения 8.1.1.8 знать и применять теорему о пропорциональных отрезках

Критерий оценивания *Обучающийся*

- Формулирует теорему о пропорциональных отрезках
- Применяет теорему о пропорциональных отрезках при решении задач

Уровень мыслительных навыков Знание и понимание
Применение

Задание 1

Запишите теорему о пропорциональных отрезках, выполните пояснительный чертеж к данной теореме.

Дескриптор: *Обучающийся*

- записывает теорему о пропорциональных отрезках;
- выполняет построение чертежа.

Задание 2

На медиане AM треугольника ABC взята точка K , причем $AK:KM=1:3$. Найдите отношение, в котором прямая, проходящая через точку K параллельно AC , делит сторону BC .

Дескриптор: *Обучающийся*

- выполняет чертеж к задаче;
- использует свойство медианы;
- применяет теорему о пропорциональных отрезках;
- находит отношение, в котором делится сторона BC .

Раздел: Многоугольники. Исследование четырехугольников

Цель обучения 8.1.1.9 делить отрезок на n равных частей с помощью циркуля и линейки

Критерий оценивания *Обучающийся*

- Использует циркуль и линейку для деления отрезка на равные части
- Решает задачи, требующие деление отрезка на равные части

Уровень мыслительных навыков Применение

Задание

Токарю необходимо разрезать тонкий металлический стержень на равные части. Как токарю сделать разметки для деления данного стержня на:

- a) 3
- b) 5
- c) 6

равных частей с помощью циркуля и линейки без делений?

Дескриптор: *Обучающийся*

- определяет алгоритм деления отрезка на равные части;
- выполняет дополнительные построения;
- выполняет деление данного отрезка на равные части.

Раздел: Многоугольники. Исследование четырехугольников

Цель обучения	8.1.1.11 знать определение, виды и свойства трапеции
Критерий оценивания	<i>Обучающийся</i> <ul style="list-style-type: none"> • Определяет трапецию и ее виды • Использует свойства трапеции при решении задач
Уровень мыслительных навыков	Знание и понимание Применение

Задание 1

Установите соответствия между рисунками 1-6 и видами фигур а), б), с).

Рис.1	Рис.2	Рис.3
Рис.4	Рис.5	Рис.6

- а) трапеция;
 б) равнобокая трапеция;
 с) прямоугольная трапеция.

Дескриптор: *Обучающийся*

- указывает произвольную трапецию;
- указывает равнобокую трапецию;
- указывает прямоугольную трапецию.

Задание 2

Разность противоположных углов равнобокой трапеции равна 60° . Найдите все углы данной трапеции.

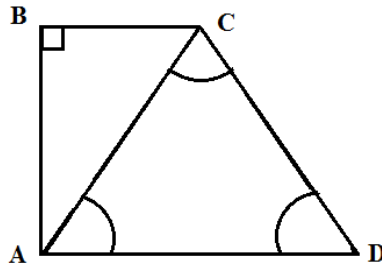
Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет свойство углов равнобокой трапеции;
- выполняет вычислительные операции;
- находит все углы трапеции.

ПРОЕКТ

Задание 3

Диагональ AC делит прямоугольную трапецию $ABCD$ на два треугольника - прямоугольный и равносторонний. Найдите меньшее основание трапеции, если ее большее основание равно 24 см.



Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет свойство прямоугольной трапеции;
- применяет свойство углов и сторон равностороннего треугольника;
- использует свойство катета, лежащего против угла 30° ;
- находит меньшее основание трапеции.

Раздел: Многоугольники. Исследование четырехугольников

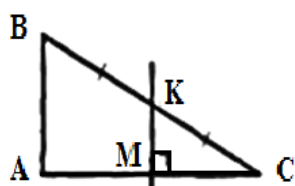
Цель обучения 8.1.1.12 доказывать и применять свойство средней линии треугольника

Критерий оценивания *Обучающийся*

- Решает задачи, используя свойство средней линии треугольника

Уровень мыслительных навыков Применение

Задание 1



Дано: $\triangle ABC$
 $\angle B = 65^\circ; \angle C = 25^\circ;$
 $KM \perp AC; BK = KC.$

Доказать: $AM = MC.$

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет теорему о сумме углов треугольника;
- использует свойства параллельности;
- применяет теорему Фалеса;
- использует свойство средней линии треугольника;
- доказывает равенство отрезков.

Задание 2

Стороны треугольника относятся как 5:6:7. Найдите стороны данного треугольника, если периметр треугольника, образованного его средними линиями, равен 36 см.

Дескриптор: *Обучающийся*

- использует свойство средней линии треугольника;
- использует формулу периметра;
- применяет соотношение сторон треугольника для составления уравнения;
- находит стороны треугольника.

Раздел: Многоугольники. Исследование четырехугольников

Цель обучения 8.1.1.13 доказывать и применять свойство средней линии трапеции

Критерий оценивания *Обучающийся*

- Применяет свойства средней линии трапеции при решении задач

Уровень мыслительных навыков Применение

Задание 1

Средняя линия трапеции равна 6 см, разность оснований трапеции равна 4 см. Найдите основания трапеции.

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет свойство средней линии трапеции;
- составляет выражение для нахождения оснований трапеции;
- выполняет вычислительные операции;
- находит основания трапеции.

Задание 2

В трапеции $ABCD$ с основаниями $AD=12$ см и $BC=8$ см проведена средняя линия MP , которая пересекает диагональ AC в точке K . Найдите длину отрезков MK и KP .

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет определение средней линии трапеции;
- применяет теорему Фалеса;
- применяет свойство средней линии треугольника;
- находит длину отрезков MK и KP .

Задание 3

Биссектрисы тупых углов равнобокой трапеции пересекаются в точке, лежащей на большем основании трапеции. Меньшее основание трапеции равна 8 см, а боковая сторона – 9 см. Найдите среднюю линию трапеции.

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет свойства равнобокой трапеции;
- применяет свойства параллельности;
- находит большее основание трапеции;
- использует свойство средней линии трапеции;
- находит среднюю линию трапеции.

Раздел: Многоугольники. Исследование четырехугольников

Цель обучения 8.1.3.1 знать и применять свойства медиан, биссектрис, высот и серединных перпендикуляров к сторонам треугольника

Критерий оценивания *Обучающийся*

- Использует свойство медиан треугольника при решении задач
- Использует свойство биссектрис треугольника при решении задач
- Использует свойство высот и серединных перпендикуляров к сторонам треугольника при решении задач

Уровень мыслительных навыков Применение

Задание 1

В треугольнике ABC проведены медианы AM и BT , которые пересекаются в точке O . Найдите длины отрезков BO , OT , AO , MO , зная, что $BT=18$ см, а $AM=24$ см.

Дескриптор: *Обучающийся*

- строит чертеж;
- применяет свойство медиан треугольника;
- выполняет вычислительные операции;
- находит длины искомым отрезков.

Задание 2

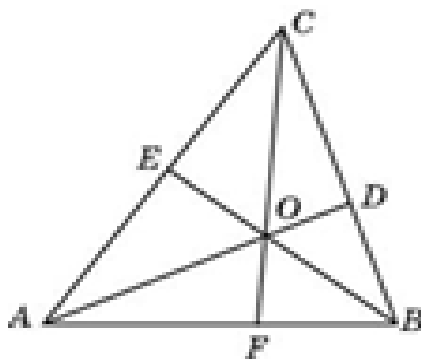
В остроугольном треугольнике ABC высоты AA_1 и BB_1 пересекаются в точке O . Докажите, что углы BAO и BCO равны.

Дескриптор: *Обучающийся*

- строит чертеж;
- применяет свойство высот треугольника;
- применяет теорему о сумме углов треугольника;
- доказывает равенство углов.

Задание 3

В треугольнике ABC угол A равен 60° , а $\angle B = 82^\circ$. Биссектрисы углов треугольника – AD , BE , CF пересекаются в точке O . Найдите $\angle AOF$.



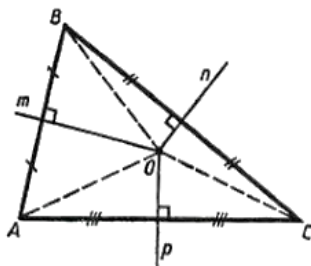
ПРОЕКТ

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет свойство биссектрис треугольника;
- применяет теорему о сумме углов треугольника;
- выполняет вычислительные операции;
- находит угол.

Задание 4

Серединные перпендикуляры треугольника ABC пересекаются в точке O . Длина отрезка BO равна 40 см. Найдите длины отрезков AO и CO .



Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет свойство серединных перпендикуляров;
- находит длину отрезка.

2 ЧЕТВЕРТЬ

Раздел: Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника

Цель обучения 8.1.3.2 знать определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса углов через отношения сторон в прямоугольном треугольнике

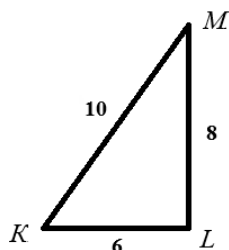
Критерий оценивания *Обучающийся*

- Определяет синус, косинус углов через отношения сторон в прямоугольном треугольнике
- Определяет тангенс и котангенс углов через отношения сторон в прямоугольном треугольнике

Уровень мыслительных навыков Знание и понимание
Применение

Задание 1

а) В треугольнике KML угол L равен 90° . Используя данные рисунка, найдите:



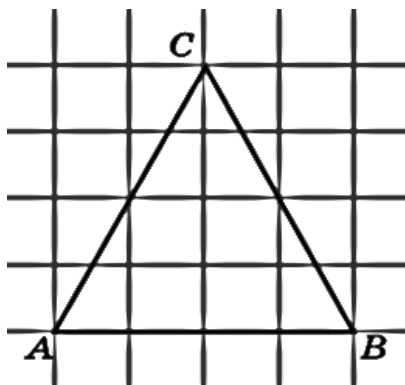
$$\sin \angle K = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\operatorname{tg} \angle M = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\cos \angle K = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\operatorname{ctg} \angle M = \underline{\hspace{2cm}}$$

б) Найдите синус угла A и тангенс угла B треугольника ABC , изображенного на рисунке:



Дескриптор: *Обучающийся*

- находит значение синуса острого угла;
- находит значение косинуса острого угла;
- находит значение тангенса острого угла;
- находит значение котангенса острого угла.

Раздел: Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника

Цель обучения 8.1.3.3 доказывать и применять теорему Пифагора

Критерий оценивания *Обучающийся*

- Доказывает теорему Пифагора
- Применяет теорему Пифагора при решении задач

Уровень мыслительных навыков Применение
Навыки высокого порядка

Задание 1

Сформулируйте и приведите, как минимум три доказательства, теоремы Пифагора.

Дескриптор: *Обучающийся*

- формулирует теорему;
- выполняет построение чертежа;
- выбирает первый способ доказательства;
- выбирает второй способ доказательства;
- выбирает третий способ доказательства;
- выполняет доказательство теоремы.

Задание 2

а) Высота водонапорной башни 12 м. Вокруг башни проходит ров, наполненный водой, шириной 5 м. Какой минимальной высоты должна быть лестница для ремонта крыши башни?

б) Парк, примыкающий к одному из новых жилых микрорайонов Астаны, имеет форму прямоугольника. Длина главной аллеи, идущей по диагонали парка, равна 500 м, а длина одной его сторон – 300 м. Какова длина второй стороны парка?

Дескриптор: *Обучающийся*

- строит чертеж по условию задачи;
- применяет теорему Пифагора для нахождения гипотенузы;
- применяет теорему Пифагора для нахождения катета;
- выполняет вычислительные операции;
- находит значение неизвестного элемента.

Задание 3

В прямоугольной трапеции большая диагональ равна 15 см, а боковые стороны 12 см и 13 см. Найдите среднюю линию трапеции.

Дескриптор: *Обучающийся*

- выполняет чертеж;
- использует свойства прямоугольной трапеции;
- применяет теорему Пифагора для нахождения большего основания трапеции;
- применяет теорему Пифагора для нахождения отрезка, отсекаемого высотой трапеции;
- использует свойства средней линии трапеции;
- выполняет вычислительные операции.

Раздел: Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника

Цель обучения 8.1.3.4 доказывать и применять свойство высоты в прямоугольном треугольнике, опущенной из вершины прямого угла на гипотенузу

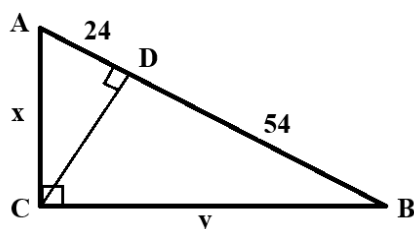
Критерий оценивания *Обучающийся*

- Решает задачи, используя свойство высоты в прямоугольном треугольнике, опущенной из вершины прямого угла на гипотенузу

Уровень мыслительных навыков Применение

Задание 1

По данным рисунка найдите x и y .



Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет свойство высоты, опущенной на гипотенузу;
- находит высоту;
- применяет теорему Пифагора для нахождения катетов;
- выполняет вычислительные операции.

Задание 2

От верхней точки A столба AK рабочим необходимо протянуть электрический кабель в точки B и C , причем AB и AC должны располагаться взаимно перпендикулярно. Сколько метров кабеля понадобится, если расстояния BK и CK равны соответственно 9 м и 16 м.

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет свойства высоты, опущенной на гипотенузу;
- применяет теорему Пифагора для нахождения катетов;
- выполняет вычислительные операции;
- интерпретирует решение и записывает ответ.

Раздел: Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника

Цель обучения 8.1.3.21 выводить формулу $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, используя теорему Пифагора и применять при решении задач

Критерий оценивания *Обучающийся*

- Выполняет преобразование выражений, используя основное тригонометрическое тождество

Уровень мыслительных навыков Применение

Задание 1

Упростите выражения:

- a) $1 - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$;
- b) $5 + 2 \sin^2 \alpha + 2 \cos^2 \alpha$;
- c) $\sin \alpha - \sin \alpha \cos^2 \alpha$;
- d) $\sin^4 \alpha + \cos^2 \alpha - \cos^4 \alpha$.

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет метод группировки;
- выносит общий множитель;
- применяет основное тригонометрическое тождество;
- упрощает выражение.

Задание 2

Упростите выражения:

- a) $(1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha)$;
- b) $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$.

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет формулы сокращенного умножения;
- применяет основное тригонометрическое тождество;
- упрощает выражение.

Раздел: Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника

Цель обучения 8.1.3.22 выводить и применять основные тригонометрические тождества

Критерий оценивания *Обучающийся*

- Применяет основные тригонометрические тождества при упрощении выражений

Уровень мыслительных навыков Применение

Задание 1

Упростите выражения:

a) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha$; b) $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha - 1$; c) $(1 - \cos^2 \alpha)(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)$.

Дескриптор: *Обучающийся*

- использует соответствующее тригонометрическое тождество;
- выполняет преобразования;
- записывает ответ.

Задание 2

Упростите выражения:

a) $\left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1\right) \operatorname{ctg}^2 \alpha$; b) $\frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha}$.

Дескриптор: *Обучающийся*

- использует соответствующее тригонометрическое тождество;
- приводит дроби к общему знаменателю;
- упрощает выражение.

Задание 3

Упростите выражения:

a) $\frac{\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha}{\cos^2 \alpha} + 2 \operatorname{tg}^2 \alpha$;

b) $\frac{\cos^3 \alpha + \sin^3 \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} + \sin \alpha \cos \alpha$.

Дескриптор: *Обучающийся*

- приводит дроби к общему знаменателю;
- применяет формулы сокращенного умножения;
- выполняет сокращение;
- применяет основные тригонометрические тождества;
- упрощает выражение.

Раздел: Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника

Цель обучения 8.1.3.23 знать и применять взаимосвязь между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом углов α и $(90^\circ - \alpha)$

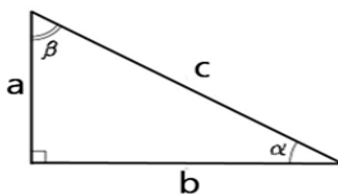
Критерий оценивания *Обучающийся*

- Определяет взаимосвязь между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом углов α и $(90^\circ - \alpha)$
- Применяет взаимосвязь между тригонометрическими функциями углов α и $(90^\circ - \alpha)$ при решении задач

Уровень мыслительных навыков Применение

Задание 1

Дан прямоугольный треугольник со сторонами a , b , c .



- a) Выразите градусную меру угла β через угол α .
- b) Сравните значения $\sin \alpha$ и $\cos \beta$.
- c) Сравните значения $ctg \alpha$ и $tg \beta$.

Дескриптор: *Обучающийся*

- выражает градусную меру угла β через угол α ;
- применяет определение $\sin \alpha$ и $\cos \beta$;
- применяет определение $tg \beta$ и $ctg \alpha$;
- сравнивает значения $\sin \alpha$ и $\cos \beta$.
- сравнивает значения $ctg \alpha$ и $tg \beta$.

Задание 2

Упростите выражения:

- a) $\sin^2 \alpha + \sin^2 (90^\circ - \alpha)$;
- b) $tg 15^\circ \cdot tg 75^\circ - 1$.

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет взаимосвязь между тригонометрическими функциями углов α и $(90^\circ - \alpha)$;
- применяет основные тригонометрические тождества;
- выполняет преобразования;
- вычисляет значение тригонометрических функций угла α .

Раздел: Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника

Цель обучения 8.1.3.24 находить значения $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $tg \alpha$ и $ctg \alpha$ по данному значению одного из них

Критерий оценивания *Обучающийся*

- Использует взаимосвязь между тригонометрическими функциями

Уровень мыслительных навыков Применение

Задание 1

Используя значение $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ и $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, вычислите:

- а) значение $\cos \alpha$;
- б) значение $tg \alpha$.

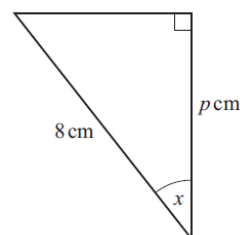
Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет основные тригонометрические тождества;
- выполняет преобразования;
- вычисляет значение $\cos \alpha$;
- вычисляет значение $tg \alpha$.

Задание 2

Известно, что $\cos x = \frac{3}{4}$. Найдите по рисунку:

- а) значение p ;
- б) значение тригонометрических функций угла x .



Дескриптор: *Обучающийся*

- находит неизвестный катет, используя определение косинуса острого угла;
- применяет основные тригонометрические тождества;
- выполняет преобразования;
- вычисляет значение тригонометрических функций угла α .

Раздел: Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника

Цель обучения 8.1.3.5 строить угол по известному значению его синуса, косинуса, тангенса или котангенса

Критерий оценивания *Обучающийся*

- Строит угол по заданному значению тригонометрической функции

Уровень мыслительных навыков Применение

Задание 1

Постройте угол α , если $tg\alpha = \frac{7}{8}$.

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет определение тангенса острого угла прямоугольного треугольника;
- строит прямоугольный треугольник;
- обозначает угол α .

Задание 2

Имеется шнур длиной 6 метров. Как с помощью данного шнура отложить угол величины α , если $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет определение синуса острого угла прямоугольного треугольника;
- определяет алгоритм действий;
- откладывает угол α .

Раздел: Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника

Цель обучения 8.1.3.6 использовать прямоугольный треугольник для вывода значений синуса, косинуса, тангенса и котангенса углов 30° , 45° , 60°

Критерий оценивания *Обучающийся*

- Находит значения тригонометрических функций углов 30° , 45° , 60°

Уровень мыслительных навыков Применение

Задание 1

В равнобедренном прямоугольном треугольнике катет равен a . Найдите:

- а) острые углы данного треугольника;
- б) значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса острых углов данного треугольника.

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет теорему о сумме углов треугольника;
- находит острые углы треугольника;
- применяет теорему Пифагора;
- находит гипотенузу;
- применяет определения тригонометрических функций острого угла;
- выполняет вычислительные операции;
- находит значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса острых углов.

Задание 2

В прямоугольном треугольнике острый угол равен 30° , а катет, противолежащий данному углу, равен a . Найдите значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса острых углов данного треугольника.

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет теорему о сумме углов треугольника;
- находит второй острый угол треугольника;
- применяет свойство катета, лежащего против угла 30° ;
- применяет теорему Пифагора;
- находит второй катет и гипотенузу;
- применяет определения тригонометрических функций острого угла;
- выполняет вычислительные операции;
- находит значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса острых углов.

Раздел: Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника

Цель обучения 8.1.3.7 применять значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса углов 30° , 45° , 60° для нахождения элементов прямоугольного треугольника

Критерий оценивания *Обучающийся*

- Решает задачи на нахождение элементов прямоугольного треугольника по заданным значениям тригонометрических функций

Уровень мыслительных навыков Применение

Задание 1

В треугольнике ABC угол C равен 90° , сторона $AB = 8$ см, $\cos \angle A = 0,5$. Найдите сторону BC и острые углы треугольника.

Дескриптор: *Обучающийся*

- строит чертеж и вводит обозначения;
- находит угол по заданному значению косинуса;
- применяет теорему о сумме углов треугольника;
- находит второй острый угол треугольника;
- находит сторону.

Задание 2

Гипотенуза и катет прямоугольного треугольника относятся как $\sqrt{2} : 1$. Найдите градусные меры острых углов данного треугольника.

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет определение одной из тригонометрических функций острого угла;
- находит угол по значению тригонометрической функции;
- применяет теорему о сумме углов треугольника;
- находит второй острый угол треугольника.

Задание 3

В парке аттракционов была построена «падающая» башня. Значение синуса угла наклона «падающей» башни относительно земли равно $0,5$, высота башни равна 60 м. Сколько метров пролетит до земли камень, брошенный вертикально вниз с верхней площадки башни?

Дескриптор: *Обучающийся*

- строит чертеж;
- применяет определения тригонометрических функций острого угла;
- находит угол по заданному значению синуса;
- находит расстояние.

Задание 4

а) Найдите угол наклона Пизанской башни, если высота башни равна 60 м, а камень, брошенный с верхней площадки башни, пролетает 30 м.

б) Тень от вертикально стоящего шеста, высота которого $3\sqrt{3}$ м, составляет 3 м. Выразите в градусах высоту Солнца над горизонтом.

Дескриптор: *Обучающийся*

- строит чертеж;
- применяет определение тригонометрических функций острого угла;
- находит угол по заданному значению тригонометрической функции

Раздел: Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника

Цель обучения 8.1.3.8 находить стороны и углы прямоугольного треугольника по двум заданным элементам

Критерий оценивания *Обучающийся*

- Решает задачи на нахождение неизвестных элементов прямоугольного треугольника по двум заданным элементам

Уровень мыслительных навыков Применение

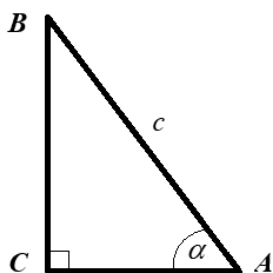
Задание 1

В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 4 см, а один из катетов равен $2\sqrt{3}$ см. Найдите второй катет и острые углы данного треугольника.

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет теорему Пифагора;
- находит катет;
- применяет определения тригонометрических функций острого угла;
- выполняет вычислительные операции;
- находит значения тригонометрических функций;
- применяет найденные значения для нахождения градусной меры углов.

Задание 2



Дано:
 $\triangle ABC$,
 $\angle A = \alpha; \angle C = 90^\circ$;

$AB = c$.

Найти:
 $AC, BC, \angle B$.

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет теорему о сумме углов треугольника;
- находит второй острый угол треугольника;
- применяет определения тригонометрических функций острого угла;
- находит второй катет и гипотенузу.

3 ЧЕТВЕРТЬ

Раздел: Площади

Цель обучения 8.1.3.9 знать определение площади многоугольника и ее свойства
8.1.3.10 знать определения равновеликих и равноставленных фигур


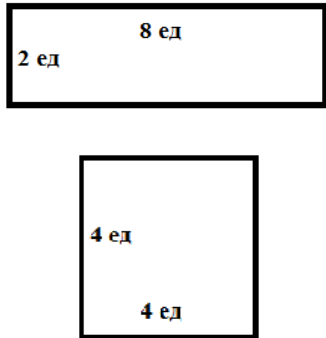

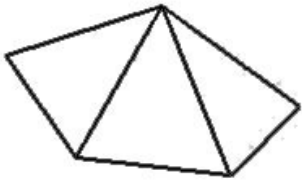
Критерий оценивания *Обучающийся*

- Определяет площадь многоугольника и ее свойства
- Распознает равновеликие и равноставленные фигуры

Уровень мыслительных навыков Знание и понимание

Задание 1

Установите соответствие:

1	Равноставленные фигуры		
2	Равные фигуры имеют равные площади		
3	Если многоугольник составлен из нескольких многоугольников, то его площадь равна сумме площадей данных многоугольников.		
4	Равновеликие фигуры		

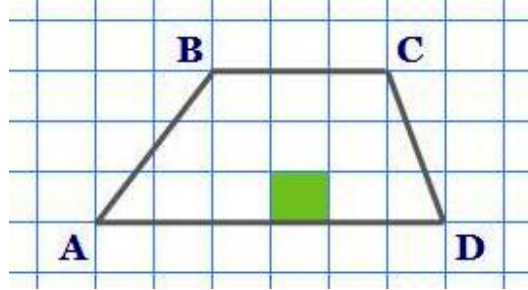
Дескриптор: *Обучающийся*

- определяет свойства площади многоугольника;
- определяет равноставленные фигуры;
- определяет равновеликие фигуры.

ПРОЕКТ

Задание 2

Найдите площадь фигуры $ABCD$, если площадь закрашенного квадрата равна 1см^2 .



Дескриптор: *Обучающийся*

- разбивает многоугольник на части;
- вычисляет площадь каждой части;
- применяет свойства площади многоугольника;
- находит площадь $ABCD$.

Раздел: Площади

Цель обучения	8.1.3.11 выводить и применять формулы площади параллелограмма, ромба
Критерий оценивания	<i>Обучающийся</i> <ul style="list-style-type: none"> • Решает задачи на нахождение площади параллелограмма • Решает задачи на нахождение площади ромба
Уровень мыслительных навыков	Применение

Задание 1

Необходимо покрасить фанерный стенд, имеющий форму параллелограмма со сторонами 2 м и 3 м и углом между ними 30° . Сколько краски потребуется, если на покраску 1 м^2 требуется 100 г краски?

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет формулу для вычисления площади параллелограмма;
- выполняет вычислительные операции;
- находит площадь стенда;
- вычисляет количество краски.

Задание 2

Земля, отведенная под спортивные строительные объекты, облагается налогом 1200 тенге за 1 м^2 . Какой налог необходимо уплатить за спортивную площадку, имеющую форму ромба со стороной 150 м, если кратчайшее расстояние между двумя смежными сторонами спортплощадки равно 60 м?

Дескриптор: *Обучающийся*

- распознает высоту ромба;
- применяет формулу для вычисления площади ромба;
- выполняет вычислительные операции;
- находит площадь;
- вычисляет сумму налога.

Задание 3

Периметр параллелограмма равен 40 см. Разность двух его углов равна 60° , а разность двух его сторон – 2 см. Найдите площадь параллелограмма.

Дескриптор: *Обучающийся*

- использует свойство углов параллелограмма;
- находит углы параллелограмма;
- применяет формулу периметра;
- находит стороны параллелограмма;
- применяет формулу для вычисления площади;
- выполняет вычислительные операции;
- находит площадь параллелограмма.

Раздел: Площади

Цель обучения 8.1.3.12 выводить и применять формулы площади треугольника

Критерий оценивания *Обучающийся*

- Решает задачи на нахождение площади треугольника различными способами

Уровень мыслительных навыков Применение

Задание 1

В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BD . Найдите площадь треугольника ABC , если $AB=25$ см, $BC=26$ см, $BD=24$ см.

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет теорему Пифагора;
- находит сторону треугольника;
- применяет формулу для вычисления площади треугольника;
- находит площадь треугольника.

Задание 2

Домовладельцу необходимо утеплить фронтон дома, имеющий форму равнобедренного треугольника с боковыми сторонами 10 м и основанием 12 м. Сколько потребуется уплатить строителям, если стоимость работы – 2000 тенге за 1 м²?

Дескриптор: *Обучающийся*

- строит чертеж;
- определяет алгоритм решения;
- выбирает формулу для вычисления площади треугольника;
- выполняет вычислительные операции;
- находит площадь;
- вычисляет сумму оплаты.

Задание 3

Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен 150°. Сумма боковых сторон треугольника равна 20. Найдите площадь этого треугольника.

Дескриптор: *Обучающийся*

- использует свойство боковых сторон равнобедренного треугольника;
- находит боковые стороны равнобедренного треугольника;
- применяет формулу для вычисления площади;
- выполняет вычислительные операции;
- находит площадь треугольника.

Раздел: Площади

Цель обучения 8.1.3.13 выводить и применять формулы площади трапеции

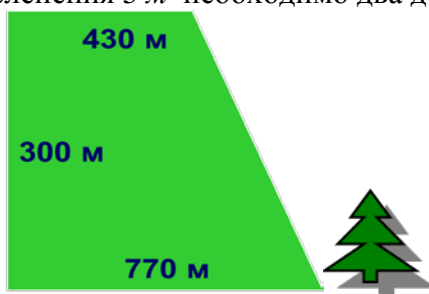
Критерий оценивания *Обучающийся*

- Вычисляет площадь трапеции

Уровень мыслительных навыков Применение

Задание 1

Компания выиграла тендер на озеленение соснами сквера, имеющего форму прямоугольной трапеции с основаниями 430 м и 770 м и меньшей боковой стороной 300 м. Сколько всего сосен потребуется, если для озеленения 5 м^2 необходимо два дерева?



Дескриптор: *Обучающийся*

- определяет высоту трапеции;
- применяет формулу для вычисления площади трапеции;
- выполняет вычислительные операции;
- находит площадь;
- вычисляет количество сосен.

Задание 2

Диагональ равнобедренной трапеции делит ее тупой угол пополам. Периметр трапеции равен 42 см, а меньшее основание – 3 см. Найдите площадь трапеции.

Дескриптор: *Обучающийся*

- строит чертеж;
- использует свойства параллельности;
- распознает равнобедренный треугольник;
- использует свойство боковых сторон равнобедренного треугольника;
- использует свойство боковых сторон равнобедренной трапеции;
- находит боковые стороны и основание равнобедренной трапеции;
- применяет теорему Пифагора для нахождения высоты;
- применяет формулу для вычисления площади;
- выполняет вычислительные операции;
- находит площадь трапеции.

4 ЧЕТВЕРТЬ

Раздел: Прямоугольная система координат на плоскости

Цель обучения 8.1.3.14 вычислять расстояние между двумя точками на плоскости по их координатам

Критерий оценивания *Обучающийся*

- Находит расстояние между двумя точками на плоскости

Уровень мыслительных навыков Применение

Задание 1

Найдите длину отрезка, соединяющего точки $A(4; 10)$ и $B(-2; 2)$.

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет формулу для вычисления расстояния между двумя точками;
- выполняет вычисления и находит ответ.

Задание 2

Определите вид треугольника ABC , если $A(2; 1)$, $B(2; 7)$, $C(10; 1)$.

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет формулу для вычисления расстояния между двумя точками;
- вычисляет длины всех сторон треугольника;
- применяет теорему, обратную теореме Пифагора
- определяет вид треугольника.

Раздел: Прямоугольная система координат на плоскости

Цель обучения 8.1.3.15 находить координаты середины отрезка
8.1.3.16 находить координаты точки, делящей отрезок в заданном отношении

Критерий оценивания *Обучающийся*

- Определяет координаты середины отрезка
- Находит координаты точки, делящей отрезок в заданном отношении

Уровень мыслительных навыков Применение

Задание 1

Найдите координаты середины отрезка, соединяющего точки $A(6, 8)$ и $B(-2, 2)$.

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет формулу для вычисления координат середины отрезка;
- вычисляет координаты середины отрезка.

Задание 2

Даны координаты точек $A(-2; 3)$, $B(-3; 1)$, $C(1; 3)$. Найдите координаты точки M и длину отрезка AM , если AM – медиана треугольника ABC .

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет определение медианы треугольника;
- применяет формулу для вычисления координат середины отрезка;
- определяет координаты точки M ;
- применяет формулу для вычисления расстояние между двумя точками;
- вычисляет длину AM .

Задание 3

Даны координаты точек $A(5; 3)$ и $B(-3; 1)$. Найдите координаты точки M , делящей отрезок AB в отношении 1:3.

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет формулу деления отрезка в данном отношении;
- вычисляет координаты точки M .

Задание 4

Точка P принадлежит отрезку BH . Известно, что отрезок BP в два раза длиннее отрезка HP .

Найти точку H , если $B(2;4)$, $P\left(\frac{8}{3}; 2\right)$.

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет формулу деления отрезка в данном отношении;
- вычисляет координаты точки H .

Раздел: Прямоугольная система координат на плоскости

Цель обучения 8.1.3.17 знать уравнение окружности с центром в точке (a, b) радиусом r : $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$
8.1.3.18 строить окружность по заданному уравнению

Критерий оценивания *Обучающийся*

- Распознает уравнение окружности с заданными центром и радиусом
- Определяет координаты центра окружности
- Находит длину радиуса
- Строит окружность по заданному уравнению

Уровень мыслительных навыков Применение

Задание 1

Запишите уравнение окружности с центром в точке $M(2; -1)$ радиуса $R=3$. Постройте данную окружность.

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет формулу уравнения окружности;
- записывает уравнение окружности;
- строит окружность.

Задание 2

Найдите координаты центра и радиус окружности, заданной уравнением

$$x^2 + y^2 - 6x + 2y - 6 = 0.$$

Постройте данную окружность.

Дескриптор: *Обучающийся*

- выделяет полные квадраты;
- приводит уравнение к виду $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$;
- определяет координаты центра окружности;
- находит радиус окружности;
- строит окружность.

Задание 3

Окружность с центром в точке $O(0; 4)$ проходит через точку $K(4; 1)$. Запишите уравнение этой окружности и найдите точки окружности, которые имеют абсциссу, равную 3.

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет формулу уравнения окружности;
- применяет формулу для вычисления расстояние между двумя точками;
- находит радиус окружности;
- записывает уравнение окружности;
- находит точки окружности с заданной абсциссой.

Раздел: Прямоугольная система координат на плоскости

Цель обучения 8.1.3.19 записывать общее уравнение прямой и уравнение прямой, проходящей через две заданные точки:

$$ax + by + c = 0, \quad \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

Критерий оценивания

Обучающийся

- Составляет общее уравнение прямой
- Составляет уравнение прямой, проходящей через две заданные точки

Уровень мыслительных навыков

Применение

Задание 1

Запишите общее уравнение прямой, которая проходит через точки с координатами $(-2;0)$ и $(0; 2)$. Проходит ли данная прямая через точку $C(6; 4)$?

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет уравнения прямой, проходящей через две точки;
- составляет общее уравнение прямой;
- определяет принадлежность точки прямой.

Задание 3

Прямая a проходит через точки с координатами $(0; 4)$ и $(6; 0)$. Прямая b проходит через точку с координатами $(0;8)$ и параллельна прямой a . Найдите абсциссу точки пересечения прямой b с осью Ox .

Дескриптор: *Обучающийся*

- составляет уравнение прямой a ;
- определяет угловой коэффициент прямой a ;
- использует условие параллельности прямых;
- составляет уравнение прямой b ;
- находит абсциссу точки пересечения прямой b с осью Ox .

Раздел: Прямоугольная система координат на плоскости

Цель обучения 8.1.3.20 решение простейших задач в координатах

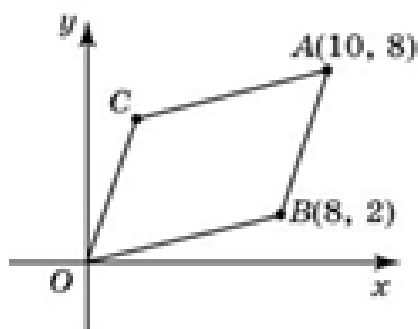
Критерий оценивания *Обучающийся*

- Применяет метод координат при решении задач

Уровень мыслительных навыков Применение

Задание 1

Точки $O(0; 0)$, $A(10; 8)$, $B(8; 2)$, C являются вершинами параллелограмма.



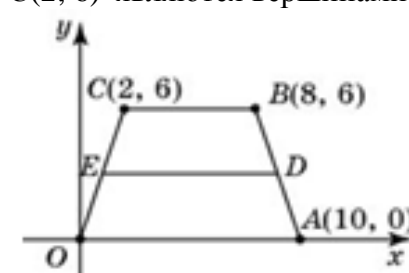
Найдите координаты точки C .

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет свойство диагоналей параллелограмма;
- применяет формулу для вычисления координат середины отрезка;
- определяет координаты точки пересечения диагоналей;
- находит координаты точки C .

Задание 2

Точки $O(0; 0)$, $A(10; 0)$, $B(8; 6)$, $C(2; 6)$ являются вершинами трапеции.



Найдите длину средней линии ED .

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет определение /свойства средней линии трапеции;
- применяет формулу для вычисления длины отрезка/ формулу для вычисления координат середины отрезка;
- определяет длину отрезка OA / определяет координаты середин отрезков OC и AB ;
- находит длину средней линии.

Задание 3

Докажите, что треугольник ABC равнобедренный и найдите его площадь, если вершины треугольника имеют координаты $A(0; 1)$, $B(1; -4)$, $C(5; 2)$.

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет формулу для вычисления расстояние между двумя точками;
- находит длины сторон треугольника;
- применяет свойства равнобедренного треугольника;
- доказывает, что треугольник равнобедренный;
- применяет формулу для нахождения площади треугольника;
- применяет теорему Пифагора для нахождения высоты треугольника;
- вычисляет площадь треугольника.