

**Сборник заданий формативного оценивания**  
**по предмету «Алгебра»**  
**9 класс**

Нур-Султан, 2019

### **Уважаемый учитель!**

Коллективная работа учителей позволила разработать настоящий сборник заданий в качестве обучающего пособия в помощь учителю в рамках внедрения обновленного содержания образования. Задания с критериями оценивания и дескрипторами являются образцами, которые помогут предоставлять обучающимся конструктивную обратную связь по достижению целей обучения, подбирать и разрабатывать аналогичные задания, планировать уроки и проводить формативное оценивание.

Рекомендательный характер сборника предоставляет возможность Вам адаптировать, дополнять и вносить изменения в задания с учетом возможностей и потребностей обучающихся.

Дополнительные материалы (руководства, презентации, планы и др.), возможность обсуждения на форумах и видеоинструкции Вы можете найти на официальном сайте АОО «Назарбаев Интеллектуальные школы» [smk.edu.kz](http://smk.edu.kz).

### **Плодотворной работы и творческих успехов!**

Сборник предназначен для учителей основной школы, методистов, региональных и школьных координаторов по критериальному оцениванию и других заинтересованных лиц.

При подготовке сборника использованы ресурсы (рисунки, тексты, видео- и аудиоматериалы и др.), находящиеся в открытом доступе на официальных интернет- сайтах. Сборник разработан в некоммерческих целях.

## Содержание

1 четверть.....	4
Раздел «Уравнения, неравенства с двумя переменными и их системы».....	4
Раздел «Элементы комбинаторики».....	11
2 четверть.....	16
Раздел «Последовательности» .....	16
3 четверть.....	25
Раздел «Тригонометрия» .....	25
4 четверть.....	32
Раздел «Тригонометрия» .....	32
Раздел «Элементы теории вероятностей».....	35

## 1 четверть

### Раздел «Уравнения, неравенства с двумя переменными и их системы»

<b>Цель обучения</b>	9.2.2.1 Различать линейные и нелинейные уравнения с двумя переменными
<b>Критерий оценивания</b>	<b>Обучающийся</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Распознает линейные и нелинейные уравнения с двумя переменными</li></ul>
<b>Уровень мыслительных навыков</b>	Знание и понимание

#### Задание 1

1. Выпишите из предложенных уравнений нелинейные уравнения с двумя переменными:

- 1)  $3xy + 6 = x$ ;      2)  $xy + x = 1$ ;      3)  $x^2 + y + 6 = (x + 3)^2$ ;  
4)  $\frac{x+1}{y} = 2$ ;      5)  $\frac{x}{y} = 4(x+y)$ ;      6) 1)  $x^2 - y^2 + 6 = 0$ ;

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- перечисляет нелинейные уравнения с двумя переменными.

<b>Цель обучения</b>	9.2.2.2 Решать системы нелинейных уравнений с двумя переменными
<b>Критерий оценивания</b>	<b>Обучающийся</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Решает системы нелинейных уравнений с двумя переменными методом подстановки</li> <li>• Решает системы нелинейных уравнений с двумя переменными методом замены переменных</li> <li>• Решает системы нелинейных уравнений с двумя переменными, используя метод алгебраических действий</li> <li>• Решает системы нелинейных уравнений с двумя переменными графически</li> </ul>
<b>Уровень навыков</b>	мыслительных Применение

### Задание 1

Решите систему уравнений методом подстановки: 
$$\begin{cases} 4x^2 - xy + x - y^2 = 6, \\ x + y = 3. \end{cases}$$

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- выражает одну переменную через другую;
- применяет метод подстановки;
- выбирает способ решения квадратного уравнения;
- находит решение квадратного уравнения;
- находит решение системы.

### Задание 2

Решите систему уравнений методом замены переменных: 
$$\begin{cases} (x-2)^2 + (x-2y)^2 = 5, \\ (x-2)^2 - (x-2y)^2 = -3. \end{cases}$$

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- вводит новые переменные;
- выбирает способ решения полученной системы линейных уравнений;
- находит решение системы линейных уравнений;
- выполняет обратную замену;
- решает полученные квадратные уравнения;
- находит решение системы.

### Задание 3

Решите систему уравнений методом алгебраических действий: 
$$\begin{cases} x^3 + xy^2 = 10, \\ y^3 + x^2y = 5. \end{cases}$$

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- раскладывает каждое уравнение на множители;
- делит одно уравнение системы на другое;
- выражает одну переменную через другую;
- применяет метод подстановки;
- выбирает способ решения квадратного уравнения;
- находит решение квадратного уравнения;
- находит решение системы.

#### Задание 4

Решите систему уравнений с двумя переменными графически: 
$$\begin{cases} x^2 - 4x = 5 - y^2, \\ y + x^2 = 5. \end{cases}$$

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- выражает одну переменную через другую в одном уравнении;
- выделяет полный квадрат в другом уравнении;
- строит кривые, соответствующие каждому уравнению системы;
- находит точки пересечения кривых;
- записывает решение системы уравнений.

<b>Цель обучения</b>	9.4.2.1 Решать текстовые задачи с помощью систем уравнений 9.4.3.1 Составлять математическую модель по условию задачи
<b>Критерий оценивания</b>	<b>Обучающийся</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Составляет систему уравнений по условию задачи</li> <li>• Решает текстовые задачи с помощью составления систем уравнений</li> </ul>
<b>Уровень навыков</b>	<b>мыслительных</b> Навыки высокого порядка

### Задание 1

Установите соответствие между условием задачи и системой уравнений.

1. Сумма квадратов двух последовательных натуральных чисел больше их произведения в 1,4 раз. Найдите эти числа.     A.  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1,4, \\ xy = 1. \end{cases}$

2. Сумма длин катетов прямоугольного треугольника равна 1,4 см. Гипотенуза этого треугольника равна 1 см. Найдите длины катетов.     B.  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ xy = 1,4. \end{cases}$

3. Площадь прямоугольника равна 1,4 м<sup>2</sup>. Диагональ прямоугольника равна 1. Найдите длину и ширину прямоугольника.     C.  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ x + y = 1,4. \end{cases}$

4. Сумма квадратов двух чисел равна 1,4. Эти числа взаимнообратны. Найдите эти числа.     D.  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1,4xy, \\ x - y = 1. \end{cases}$

1. \_\_\_\_\_ 2. \_\_\_\_\_ 3. \_\_\_\_\_ 4. \_\_\_\_\_

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- интерпретирует систему уравнений по условию задачи;

**Решите задачи с помощью систем уравнений.**

### Задание 2

Башни «Гемір жолы», называемые «Голубыми китами», в Нур-Султане посетили две группы туристов. Они одновременно сели на соседние лифты, решив подняться на 27 этаж. Для этого им нужно проехать 120 м. Первый лифт поднялся на нужный этаж на 0,3 мин раньше. Туристы выяснили, что скорость второго лифта на 0,5 м/с меньше скорости первого лифта. Какова скорость каждого из лифтов?

### Задание 3

В соревнованиях по бегу на дистанцию 120 м участвуют три спортсмена. Скорость первого из них на 1 м/с больше скорости второго, а скорость второго бегуна равна полусумме скоростей первого и третьего. Первый бегун пробежал дистанцию на 3 с быстрее третьего. Определите скорость третьего бегуна.

#### Задание 4

На ремонт участка трассы «Гараз – Шымкент» двум бригадам было отведено 18 дней. В действительности же, сначала работала только первая бригада, а заканчивала ремонт участка дороги только вторая бригада, производительность труда которой выше, чем у первой бригады. В результате ремонт участка дороги продолжался 40 дней, причем первая бригада в свое рабочее время выполнила  $\frac{2}{3}$  всей работы. За сколько дней был бы отремонтирован заданный участок трассы?

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- вводит переменные;
- составляет систему уравнений по условию задачи;
- выбирает способ решения системы уравнений;
- решает систему уравнений;
- интерпретирует ответ.



**Цель обучения**

9.2.2.3 Решать неравенства с двумя переменными  
9.2.2.4 Решать системы нелинейных неравенств с двумя переменными

**Критерий оценивания**

**Обучающийся**

- Решает неравенства с двумя переменными
- Решает системы нелинейных неравенств с двумя переменными

**Уровень навыков**

**мыслительных**

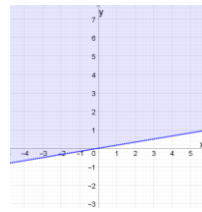
Применение  
Навыки высокого порядка

**Задание 1**

Соотнесите неравенства и их решения.

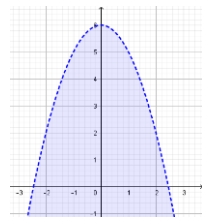
1.  $\frac{x}{y} < 6$

**A**



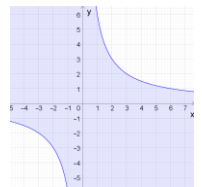
2.  $x^2 + y < 6$

**B**



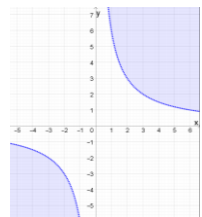
3.  $x \cdot y \leq 6$

**C**



4.  $x \cdot y > 6$

**D**



5.  $\frac{x^2}{y} \geq 6$

**E**



**Дескриптор:** *Обучающийся*

-определяет графическую интерпретацию неравенства с двумя переменными.

## Задание 2

Изобразите область, заданную на координатной плоскости системой: 
$$\begin{cases} y \leq \sqrt{x+2}, \\ y - x^2 + 2 > 3x. \end{cases}$$

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- строит графики функций;
- изображает множество решений первого неравенства системы;
- изображает множество решений второго неравенства системы;
- изображает область, заданную на координатной плоскости системой.

## Задание 3

При каком значении параметра  $a$  система неравенств 
$$\begin{cases} y + x^2 \leq -1 \\ x^2 + y^2 \leq a \end{cases}$$
 имеет единственное решение?

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- строит линии, заданные неравенствами системы;
- изображает множество решений первого неравенства системы;
- изображает множество решений второго неравенства системы;
- определяет значение параметра.

## Задание 2

Найдите все двузначные числа, удовлетворяющие следующим условиям:

- сумма цифр числа не менее 7;
- сумма квадратов цифр меньше 25.

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- вводит две переменные;
- составляет систему неравенств с двумя переменными;
- строит линии, заданные неравенствами системы;
- изображает множество решений первого неравенства системы;
- изображает множество решений второго неравенства системы;
- изображает область, заданную на координатной плоскости системой;
- делает обоснованные выводы к ответу задачи.

## Раздел «Элементы комбинаторики»

**Цель обучения**

9.3.1.2 Знать определение факториала числа

**Критерий оценивания**

**Обучающийся**

- Применяет определение факториала для упрощения числовых выражений
- Применяет определение факториала для упрощения буквенных выражений

**Уровень навыков**

**мыслительных** Применение

### Задание 1

Запишите выражения в порядке возрастания их числовых значений:

$$A = \frac{6!4!}{8!} \left( \frac{7!}{3!5!} - \frac{8!}{2!6!} \right); \quad B = \frac{9!-7!}{71}; \quad C = \frac{90!}{91!} + \frac{29!}{28!}$$

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- использует определение факториала числа;
- выполняет сокращения/преобразования;
- находит значения выражений;
- записывает выражения в порядке возрастания.

### Задание 2

Упростите выражение:  $\frac{(n-1)!}{(n+1)!} + \frac{n!}{(n-1)!}$ .

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- использует определение факториала числа;
- выполняет сокращения/преобразования;
- приводит дроби к общему знаменателю, записывает ответ.

<b>Цель обучения</b>	9.3.1.3 Знать определения перестановки, размещения, сочетания без повторений 9.3.1.4 Знать формулы комбинаторики для вычисления чисел перестановок, размещений, сочетания без повторений
<b>Критерий оценивания</b>	<b>Обучающийся</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Различает комбинации: сочетания, размещения и перестановки без повторений</li> <li>• Применяет формулы нахождения числа перестановок и числа размещений без повторений при решении простейших задач</li> <li>• Применяет формулы нахождения числа сочетаний без повторений при решении простейших задач</li> </ul>
<b>Уровень навыков</b>	мыслительных Применение <b>Решите задачи.</b>

### Задание 1

Код от сейфа составлен из 5 букв латинского алфавита (в латинском алфавите 26 букв). Сколько существует вариантов кода, если буквы в коде не повторяются?

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- определяет способ решения задачи;
- использует формулу числа размещений без повторений;
- выполняет вычисления и находит ответ задачи.

### Задание 2

В магазин поступило 7 видов шампуней. Сколькими способами продавец может их расставить в ряд на полке?

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- определяет способ решения задачи;
- использует формулу числа перестановок без повторений;
- выполняет вычисления и находит ответ задачи.

### Задание 3

Ученикам на уроке литературы рекомендовано к прочтению 20 книг. Сколькими способами ученик может выбрать 9 книг из списка?

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- определяет способ решения задачи;
- использует формулу числа сочетаний без повторений;
- выполняет вычисления и находит ответ задачи.

### Задание 4

В городе Тараз открылась новая телефонная станция. Она предоставляет своим абонентам шестизначные телефонные номера, начинающиеся с 5. При этом последние пять цифр любые, но не повторяющиеся между собой. Сколько абонентов смогут получить телефонный номер?

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- определяет способ решения задачи;
- использует формулу числа размещений без повторений;
- выполняет вычисления и находит ответ задачи.

### **Задание 5**

Команда из 7 учеников 9 класса участвуют в спартакиаде.

- a) Сколькими способами из них можно составить команду из 5 человек для игры в баскетбол?
- b) Сколькими способами всех семерых можно расставить для участия в эстафете?
- c) Ведется статистика результативности каждого спортсмена. Сколько существует способов распределения 1, 2 и 3 мест внутри команды?

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- определяет способ решения задачи;
- использует формулу числа сочетаний без повторений;
- использует формулу числа перестановок без повторений;
- использует формулу числа размещений без повторений;
- выполняет вычисления и находит ответ.

<b>Цель обучения</b>	9.3.1.1 Знать правила комбинаторики (правила суммы и произведения) 9.3.1.5 Решать задачи, применяя формулы комбинаторики для вычисления числа перестановок, размещений, сочетания без повторений
<b>Критерий оценивания</b>	<b>Обучающийся</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Применяет правила комбинаторики для решения задач</li> <li>• Применяет формулы нахождения числа перестановок и числа размещений без повторений при решении задач</li> <li>• Применяет формулы нахождения числа сочетаний без повторений при решении задач</li> </ul>
<b>Уровень навыков</b>	Применение Навыки высокого порядка

### Задание 1

В классе учатся 12 девочек и 16 мальчиков. Сколько существует способов деления учеников класса поровну так, чтобы в каждой группе число мальчиков и девочек было одинаковым?

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- определяет способ решения задачи;
- использует формулу числа сочетаний;
- выполняет вычисления;
- использует правило произведения и вычисляет ответ.

### Задание 2

Подбросили 8 монет. Сколько раз количество выпавших «орлов» превысит количество выпавших «решек»?

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- использует правило произведения;
- использует формулу числа сочетаний;
- использует правило вычитания;
- выполняет вычисления и находит ответ.

### Задание 3

У Алии в саду выросли 10 красных и 15 белых тюльпанов.

а) Сколькими способами можно сделать букет из 3 красных и 4 белых тюльпанов?

б) Мама Алии попросила сделать для нее букет из 7 цветов так, чтобы в нем было хотя бы три красных тюльпана. Сколькими способами можно сделать такой букет?

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- использует формулу числа сочетаний;
- выполняет вычисления;
- использует правило произведения и вычисляет ответ.
- использует формулу числа сочетаний;
- выполняет вычисления;
- использует правило произведения;
- использует правило суммы;
- находит ответ.

<b>Цель обучения</b>	9.3.1.6 Знать и применять формулу бинома Ньютона и его свойства
<b>Критерий оценивания</b>	<i>Обучающийся</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Применяет формулу бинома Ньютона</li> </ul>
<b>Уровень мыслительных навыков</b>	Применение

### Задание 1

Найдите разложение бинома  $(x + a)^6$ .

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- применяет формулу бинома Ньютона;
- вычисляет коэффициенты;
- записывает разложение.

### Задание 2

Дан бином  $(2x - 3)^{15}$ .

- Найдите коэффициент при  $x^3$  в разложении бинома.
- Найдите алгебраическую сумму коэффициентов многочлена.

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- применяет формулу бинома Ньютона;
- находит коэффициент при заданном члене разложения;
- применяет свойство биномиальных коэффициентов;
- находит алгебраическую сумму коэффициентов.

## 2 четверть

### Раздел «Последовательности»

<b>Цель обучения</b>	9.2.3.1 Иметь представление о числовой последовательности 9.2.3.2 Находить $n$ -й член последовательности, например: $\frac{1}{2 \cdot 3}; \frac{1}{3 \cdot 4}; \frac{1}{4 \cdot 5}; \frac{1}{5 \cdot 6}; \dots$
<b>Критерий оценивания</b>	<b>Обучающийся</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Записывает последовательности, заданные словесно</li><li>• Находит недостающие члены последовательности</li><li>• Находит <math>n</math>-й член последовательности</li></ul>
<b>Уровень мыслительных навыков</b>	Применение Навыки высокого порядка

#### Задание 1

1. Подберите одну из возможных формул  $n$ -го члена последовательности.

- a)  $1; \frac{2}{3}; \frac{3}{5}; \frac{4}{7}; \frac{5}{9}; \dots;$   
b)  $-\frac{1 \cdot 7}{3}; \frac{2 \cdot 8}{4}; -\frac{3 \cdot 9}{5}; \frac{4 \cdot 10}{6}; \dots;$   
c)  $1; 5; 19; 65; 211; \dots$

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- находит формулу  $n$ -го члена последовательности для каждого случая.

#### Задание 2

2. Найдите следующий член последовательности  $\frac{27}{7}; \frac{38}{9}; \frac{51}{11}; \frac{68}{13}; \dots$

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- находит формулу  $n$ -го члена последовательности для каждого случая /задаёт закономерность любым другим способом;  
- находит следующий член последовательности.

#### Задание 3

Первый член последовательности равен 4. Каждый последующий член последовательности в два раза больше предыдущего. Найдите разность между четвертым и седьмым членами последовательности.

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- составляет последовательность по ее словесному описанию;  
- находит четвертый и седьмой члены последовательности;  
- находит разность между четвертым и седьмым членами последовательности.



**Цель обучения** 9.2.3.4 Распознавать арифметическую и геометрическую прогрессии среди числовых последовательностей

**Критерий оценивания** *Обучающийся*

- Распознает арифметическую и геометрическую прогрессии среди числовых последовательностей

**Уровень мыслительных навыков** Знание и понимание

**Задание 1**

Последовательности заданы несколькими первыми членами.

Укажите для каждой последовательности соответствующее ей утверждение:

- 1) Последовательность является арифметической прогрессией.
- 2) Последовательность является геометрической прогрессией.
- 3) Последовательность не является ни арифметической, ни геометрической прогрессией.

Обоснуйте свой выбор.

1; 2; 4; 8;...	A
$\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \dots$	B
1; 3; 5; 7;...	C
4; -1; $\frac{1}{4}$ ; $-\frac{1}{16}$ ; ...	D
$\frac{\sqrt{3}}{2}; 1; \frac{2\sqrt{3}}{3}; \frac{4}{3}; \dots$	E
$\sqrt{3}; 3 + \sqrt{3}; 6 + \sqrt{3}; 12 + \sqrt{3}; \dots$	F
1; 8; 27; 64;...	G
27; -9; 3; $-\frac{1}{3}$ ;...	H

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- выбирает из предложенных последовательностей все арифметические прогрессии;
- выбирает из предложенных последовательностей все геометрические прогрессии;
- выбирает все последовательности, не являющиеся прогрессиями;
- обосновывает свой выбор с помощью определений прогрессий.

<b>Цель обучения</b>	9.2.3.5 Знать и применять формулы $n$ -го члена, суммы $n$ первых членов и характеристическое свойство арифметической прогрессии
<b>Критерий оценивания</b>	<b>Обучающийся</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Применяет формулу <math>n</math>-го члена арифметической прогрессии для решения задач</li> <li>• Применяет характеристическое свойство арифметической прогрессии для решения задач</li> <li>• Применяет формулу суммы <math>n</math> первых членов арифметической прогрессии для решения задач</li> </ul>
<b>Уровень мыслительных навыков</b>	Применение

### Задание 1

Сумма второго и четвертого членов арифметической прогрессии равна 16. Произведение первого и девятого членов равно  $-176$ . Найдите первый член и разность этой прогрессии.

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- применяет формулу  $n$ -го члена арифметической прогрессии;
- составляет систему уравнений для первого члена прогрессии и ее разности;
- решает полученную систему линейных уравнений;
- находит значения первого члена и разности прогрессии.

### Задание 2

Углы четырёхугольника составляют арифметическую прогрессию. Наибольший угол равен  $108^\circ$ . Найдите все углы четырёхугольника.

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- применяет формулу  $n$ -го члена арифметической прогрессии;
- применяет теорему о сумме углов четырёхугольника;
- применяет формулу суммы первых четырех членов арифметической прогрессии;
- составляет и решает систему уравнений относительно первого члена и разности арифметической прогрессии;
- находит углы четырёхугольника.

### Задание 3

Первый член арифметической прогрессии равен 5. Среднее арифметическое третьего и пятого членов равно 2. Найдите сумму всех неотрицательных членов прогрессии.

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- применяет характеристическое свойство арифметической прогрессии;
- находит четвертый член прогрессии;
- применяет формулу  $n$ -го члена арифметической прогрессии;
- находит разность арифметической прогрессии;
- составляет неравенство относительно  $n$  с помощью формулы  $n$ -го члена арифметической прогрессии;
- находит значение  $n$ ;
- применяет формулу суммы  $n$  первых членов арифметической прогрессии для найденного  $n$ ;
- находит сумму всех неотрицательных членов прогрессии.

<b>Цель обучения</b>	9.2.3.6 Знать и применять формулы $n$ -го члена, суммы $n$ первых членов и характеристическое свойство геометрической прогрессии
<b>Критерий оценивания</b>	<p><b>Обучающийся</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Применяет формулу <math>n</math>-го члена геометрической прогрессии для решения задач</li> <li>• Применяет характеристическое свойство геометрической прогрессии для решения задач</li> <li>• Применяет формулу суммы <math>n</math> первых членов геометрической прогрессии для решения задач</li> </ul>

**Уровень мыслительных навыков** Применение

**Задание 1**

Какие три числа надо вставить между числами 16 и 81, чтобы они вместе с данными числами образовали геометрическую прогрессию?

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- составляет уравнение, используя формулу  $n$ -го члена геометрической прогрессии;
- находит знаменатель прогрессии;
- находит искомые члены прогрессии.

**Задание 2**

При каких неотрицательных  $x$ , значения выражений  $2x+1$ ,  $x+2$  и  $8-x$  будут последовательными членами геометрической прогрессии? Найдите члены этой прогрессии.

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- применяет характеристическое свойство геометрической прогрессии;
- составляет квадратное уравнение;
- находит корни полученного квадратного уравнения;
- производит отбор корней;
- находит члены прогрессии.

**Задание 3**

В геометрической прогрессии с положительными членами:  $S_2 = 4$ ;  $S_3 = 13$ . Найдите сумму пяти первых членов данной прогрессии.

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- применяет формулу суммы первых  $n$  членов прогрессии;
- составляет первое уравнение системы для  $n=2$ ;
- составляет второе уравнение системы для  $n=3$ ;
- выбирает способ решения системы уравнений с двумя переменными;
- получает дробно-рациональное уравнение;
- получает и решает квадратное уравнение;
- отбирает необходимое значение знаменателя геометрической прогрессии;
- находит первый член прогрессии;
- находит сумму первых пяти членов прогрессии.

<b>Цель обучения</b>	9.2.3.7 Решать задачи, связанные с арифметической и/или геометрической прогрессиями
<b>Критерий оценивания</b>	<b>Обучающийся</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Решает комбинированные задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии</li> </ul>
<b>Уровень мыслительных навыков</b>	Навыки высокого порядка

### Задание 1

Сумма трех первых членов геометрической прогрессии равна 42. Те же числа составляют первый, второй и шестой члены возрастающей арифметической прогрессии. Найдите эти числа.

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- применяет характеристическое свойство геометрической прогрессии;
- выражает сумму трех первых членов геометрической прогрессии через члены арифметической прогрессии;
- применяет формулу  $n$ -го члена арифметической прогрессии;
- упрощает полученные уравнения;
- составляет и решает систему уравнений относительно первого члена и разности арифметической прогрессии;
- находит разность и первый член арифметической прогрессии;
- отбирает разность и первый член для возрастающей арифметической прогрессии;
- находит искомые числа.

**Цель обучения** 9.2.3.8 Применять формулу суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии для перевода десятичной периодической дроби в обыкновенную дробь

9.2.3.9 Применять формулу суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии к решению задач

**Критерий оценивания** *Обучающийся*

- Переводит десятичные периодические дроби в обыкновенные с помощью формулы суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии
- Решает задачи, применяя формулу суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии

**Уровень мыслительных навыков** Применение

### **Задание 1**

Представьте десятичные периодические дроби в виде обыкновенной дроби:

а)  $2,(2)$ ;                      б)  $0,(015)$ ;                      в)  $1,0(7)$ ;                      д)  $2,3(24)$ .

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- представляет десятичные периодические дроби в виде суммы разрядных слагаемых;
- определяет первый член и знаменатель геометрической прогрессии;
- находит сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии;
- представляет десятичные периодические дроби в виде обыкновенной дроби.

### **Задание 2**

Найдите третий член бесконечно убывающей геометрической прогрессии, сумма которой равна 81. Второй член прогрессии равен 18.

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- применяет формулу второго члена бесконечно убывающей геометрической прогрессии;
- выражает первый член через второй член и знаменатель;
- применяет формулу суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии;
- составляет систему уравнений с двумя переменными;
- выбирает способ решения системы;
- находит значения первого члена и знаменателя геометрической прогрессии;
- находит третий член прогрессии.

<b>Цель обучения</b>	9.4.2.2 Решать текстовые задачи, связанные с геометрической и арифметической прогрессиями
<b>Критерий оценивания</b>	<b>Обучающийся</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Решает комбинированные задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии</li> </ul>
<b>Уровень мыслительных навыков</b>	Навыки высокого порядка

***Решите задачи с помощью прогрессии.***

**Задание 1**

Для полива 20 деревьев, расположенных на прямой на расстоянии 2 м друг от друга, садовник приносит воду для каждого отдельного дерева из колодца, находящегося на той же прямой в 10 м от первого дерева. Сколько всего метров пройдет садовник, чтобы полить все деревья и возвратиться к колодцу?

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- составляет последовательность по условию задачи;
- определяет вид прогрессии, ее первый член и разность;
- применяет формулу суммы первых  $n$  членов прогрессии;
- находит сумму двадцати членов данной прогрессии;
- отвечает на вопрос задачи.

**Задание 2**

Каждое простейшее одноклеточное животное инфузория-туфелька размножается делением на 2 части. Сколько инфузорий было первоначально, если после шестикратного деления их стало 320?

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- составляет последовательность по условию задачи;
- определяет вид прогрессии;
- применяет формулу  $n$ -го члена прогрессии;
- определяет необходимый член прогрессии по условию задачи;
- находит первый член данной прогрессии.

**Задание 3**

Мяч бросают вертикально вниз и после каждого удара о землю он подскакивает на высоту, равную  $\frac{4}{5}$  предыдущего расстояния. После первого удара о землю мяч подскочил на высоту, равную 250 см. На какой высоте окажется мяч после пятого удара о землю?

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- составляет последовательность по условию задачи;
- определяет вид прогрессии, ее первый член и знаменатель;
- применяет формулу  $n$ -го члена прогрессии;
- определяет значение  $n$  по условию задачи;
- находит  $n$ -ый член данной прогрессии.

**Задача 4**

Срочный вклад, положенный в сберегательный банк, ежегодно увеличивается на 5% от первоначально положенной суммы. Каким станет вклад через 5 лет, если вначале он был равен 100 000 тенге?

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- определяет вид прогрессии по условию задачи;
- применяет формулу банковских процентов/формулу  $n$ -го члена;
- находит сумму вклада через 5 лет.

### Задача 5

Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если выставленный на продажу за 198 000 тенге, через два года он был продан за 160 380 тенге.

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- определяет вид прогрессии по условию задачи;
- применяет формулу банковских процентов;
- вводит неизвестную величину;
- составляет квадратное уравнение;
- выбирает способ решения квадратного уравнения;
- находит корни квадратного уравнения;
- находит число процентов.

### Задание 6

Два тела, находясь на расстоянии 153 м, движутся навстречу друг к другу. Первое тело проходит 10 м в секунду, а второе в первую секунду прошло 3 м и в каждую следующую на 5 м больше, чем в предыдущую. Через сколько секунд они встретятся?

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- вводит неизвестную величину;
- определяет вид прогрессии по условию задачи;
- применяет формулу суммы  $n$  первых членов прогрессии;
- составляет квадратное уравнение;
- выбирает способ решения квадратного уравнения;
- находит корни квадратного уравнения;
- находит время встречи.

**Цель обучения**

9.2.3.3 Знать и применять метод математической индукции

**Критерий оценивания**

**Обучающийся**

- Применяет метод математической индукции для доказательства равенств

**Уровень навыков**

**мыслительных**

Применение

Навыки высокого порядка

**Задание 1**

Докажите равенство методом математической индукции.

a)  $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ ;

b)  $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n \cdot (n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ ;

c)  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ;

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- проверяет каждое равенство для  $n = 1$ ;
- предполагает справедливость равенства для  $n = k$ ;
- доказывает равенство для  $n = k + 1$ , используя равенство для  $n = k$ ;
- преобразовывает полученное выражение;
- делает вывод о справедливости равенства.



### 3 четверть

#### Раздел «Тригонометрия»

Цель обучения

9.1.1.1 Усвоить понятие радианной меры угла

Критерий оценивания

9.1.2.1 Переводить градусы в радианы и радианы в градусы

*Обучающийся*

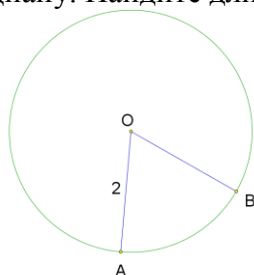
- Применяет понятие радианной меры угла для нахождения углов
- Переводит градусы в радианы и радианы в градусы

Уровень мыслительных навыков

Применение

#### Задание 1

Градусная мера угла  $AOB$  равна 1 радиану. Найдите длину дуги  $AB$ .



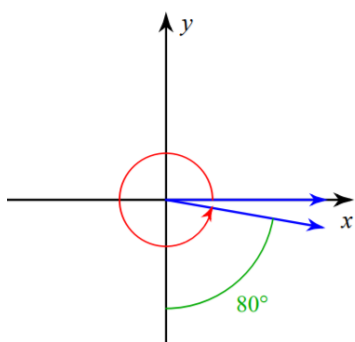
**Дескриптор:** *Обучающийся*

- применяет определение радианной меры для нахождения длины дуги;
- находит длину дуги  $AB$ .

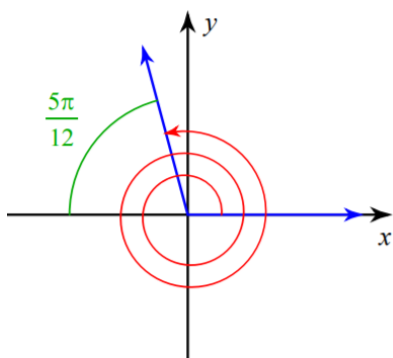
#### Задание 2.

1) Найдите меры углов. Ответ дайте в радианной или градусной мере в зависимости от данных, предложенных в задании:

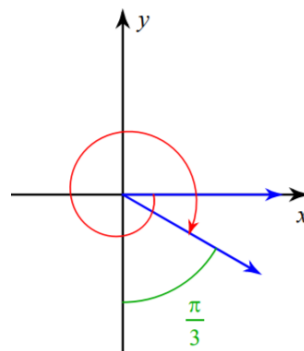
a)



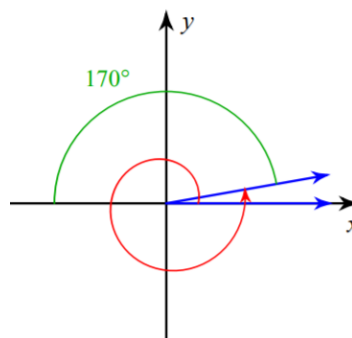
c)



b)



d)



**Дескриптор:** *Обучающийся*

- выбирает положительное или отрицательное исчисление угла;
- определяет меру угла.

2) Используя результат задания 1, переведите каждую радианную меру угла в градусную, и каждую градусную меру в радианную.

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- переводит радианную меру угла в градусную для каждого из двух углов;
- переводит градусную меру угла в радианную для каждого из двух углов.

**Цель обучения** 9.2.4.5 Находить с помощью единичной окружности область определения и множество значений тригонометрических функций

**Критерий оценивания** *Обучающийся*

- Находит область определения и множество значений тригонометрических функций

**Уровень мыслительных навыков** Применение

### Задание 1

Найдите области определения данных функций:  $y = \operatorname{tg}(2x)$  и  $y = \operatorname{ctg}\left(\frac{x}{2}\right)$ .

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- применяет свойства тригонометрических функций;
- находит область определения  $y = \operatorname{tg}(2x)$ ;
- находит область определения  $y = \operatorname{ctg}\left(\frac{x}{2}\right)$ .

### Задание 2

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  $y = 2 - 7 \cos x$ .

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- применяет свойство функции и находит множество значений функции  $y = \cos x$ ;
- находит множество значений функции  $y = -7 \cos x$ ;
- находит множество значений функции  $y = 2 - 7 \cos x$ ;
- указывает наибольшее и наименьшее значения.

**Цель обучения** 9.2.4.6 Объяснять с помощью единичной окружности чётность (нечётность), периодичность, монотонность и промежутки знакопостоянства тригонометрических функций

**Критерий оценивания** *Обучающийся*

- Определяет чётность (нечётность), периодичность, монотонность и промежутки знакопостоянства тригонометрических функций

**Уровень мыслительных навыков** Понимание

**Задание 1**

- а) На единичной окружности укажите точки, которые демонстрируют четность функции  $y = \cos x$ .
- б) На единичной окружности укажите точки, которые демонстрируют нечетность функций  $y = \sin x$ .

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- на единичной окружности выбирает любую точку и указывает угол поворота радиус-вектора;
- строит симметричную ей точку относительно соответствующей оси;
- показывает противоположный угол поворота;
- строит соответствующую ей симметричную точку;
- показывает противоположный угол поворота.

**Задание 2**

Найдите значение выражения:

- а)  $\left( \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) \right)^{-1}$ ;
- б)  $\frac{\operatorname{tg}(-45^{\circ}) + \sin(-270^{\circ}) - \cos(-90^{\circ})}{\operatorname{ctg}(-60^{\circ}) + \sin(-180^{\circ})}$ .

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- применяет четность (нечётность) тригонометрических функций;
- применяет табличные значения тригонометрических функций;
- находит значение выражения.

**Задание 3**

Сравните числа:

- а)  $\cos \frac{\pi}{7}$  и  $\cos \frac{5\pi}{7}$ ;
- б)  $\cos \frac{\pi}{5}$  и  $\sin \frac{\pi}{5}$ ;
- в)  $\operatorname{tg} \frac{\pi}{10}$  и  $\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{10}$ ;
- г)  $\cos \frac{2\pi}{9}$  и  $\cos \frac{2\pi}{9} \sin \frac{\pi}{3}$ .

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- определяет расположение углов в четвертях по единичной окружности;
- определяет монотонность тригонометрических функций;
- сравнивает числа.

#### Задание 4

Определите знак выражения:

a)  $\cos 255^\circ \sin 200^\circ \operatorname{tg} 101^\circ$ ;

b)  $\operatorname{ctg} \frac{5\pi}{4} \cos \frac{4\pi}{3} \sin \frac{11\pi}{6}$ .

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- определяет промежутки знакопостоянства тригонометрических функций по четвертям единичной окружности;
- определяет знак произведения.

**Цель обучения** 9.2.4.3 Выводить и применять тригонометрические формулы суммы и разности углов, формулы двойного и половинного углов

**Критерий оценивания** *Обучающийся*

- Применяет формулы суммы и разности углов для преобразования тригонометрических выражений
- Применяет формулы двойного и половинного углов для преобразования тригонометрических выражений

**Уровень мыслительных навыков** Применение

### Задание 1

Сравните значения выражений:  $\cos 105^\circ$  и  $\sin 15^\circ$ .

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- представляет угол в виде суммы/разности углов, имеющих табличные значения тригонометрических функций;
- применяет формулы суммы и разности углов;
- применяет табличные значения тригонометрических функций;
- сравнивает полученные числовые значения.

### Задание 2

Вычислите:  $\frac{\cos 42,5^\circ \cos 8,5^\circ - \sin 8,5^\circ \sin 42,5^\circ}{\cos 12^\circ \sin 42^\circ - \cos 42^\circ \sin 12^\circ}$ .

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- применяет формулы суммы и разности углов;
- использует табличные значения тригонометрических функций;
- находит значение выражения.

### Задание 3

Упростите выражение:

a)  $3 \sin \frac{x}{3} \cdot \cos \frac{x}{3}$ ;

b)  $\frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha} - \frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha}$ ;

c)  $\frac{1}{1 - \operatorname{tg} \gamma} - \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \gamma}$ ;

d)  $\frac{1 + \cos^2 \beta + \cos 2\beta}{\cos 2\beta + 1}$ .

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- применяет формулы двойного угла;
- упрощает полученные выражения.

**Цель обучения**

9.2.4.4 Выводить и применять формулы приведения

**Критерий оценивания**

**Обучающийся**

- Применяет формулы приведения для преобразования тригонометрических выражений

**Уровень мыслительных навыков** Применение

**Задание 1**

Вычислите:

a)  $\sin 225^\circ \cos 120^\circ \operatorname{tg} 330^\circ \operatorname{ctg} 240^\circ$ ;

b)  $\sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right) - \cos \frac{11\pi}{2} + \operatorname{tg} \frac{4\pi}{5} \operatorname{ctg} \frac{6\pi}{5}$ .

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- применяет формулы приведения;
- использует табличные значения тригонометрических функций;
- находит значение выражения.

**Задание 2**

Упростите выражение: 
$$\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \cos^2(\pi + x) \operatorname{ctg}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}{\operatorname{tg}(\pi - x) \cos(x - \pi) \sin(2,5\pi + x)}$$
.

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- применяет формулы приведения;
- упрощает полученное выражение.

## 4 четверть

### Раздел «Тригонометрия»

<b>Цель обучения</b>	9.2.4.7 Выводить и применять формулы преобразования суммы и разности тригонометрических функций в произведение и произведение в сумму или разность
<b>Критерий оценивания</b>	<b>Обучающийся</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Применяет формулы преобразования суммы и разности тригонометрических функций в произведение</li><li>• Применяет формулы преобразования произведения тригонометрических функций в сумму или разность</li></ul>
<b>Уровень навыков</b>	<b>мыслительных</b> Применение

#### Задание 1

Вычислите:

a)  $\sin 75^\circ + \sin 15^\circ$ ;

b)  $\cos 152^\circ + \cos 28^\circ$ ;

c)  $2 \sin 10^\circ \cdot \sin 40^\circ + \cos 50^\circ$ ;

d)  $\sin \frac{\pi}{24} \cos \frac{5\pi}{24}$ .

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- применяет формулы преобразования суммы и разности тригонометрических функций в произведение;
- применяет формулы преобразования произведения тригонометрических функций в сумму или разность;
- использует табличные значения тригонометрических функций;
- находит значение выражения.

#### Задание 2

Упростите выражение.

a)  $\cos^2 \alpha - \cos(30^\circ + \alpha) \cos(30^\circ - \alpha)$ .

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- применяет формулы преобразования произведения тригонометрических функций в сумму или разность;
- применяет формулы двойного угла;
- использует табличные значения тригонометрических функций;
- упрощает полученное выражение.

b)  $\frac{\cos \alpha - 2 \sin 3\alpha - \cos 5\alpha}{\sin 5\alpha - 2 \cos 3\alpha - \sin \alpha}$ .

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- группирует слагаемые;
- применяет формулы преобразования суммы и разности тригонометрических функций в произведение;
- упрощает полученное выражение.



<b>Цель обучения</b>	9.2.4.8 Выполнять тождественные преобразования тригонометрических выражений
<b>Критерий оценивания</b>	<b>Обучающийся</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Преобразовывает тригонометрические выражения</li> </ul>
<b>Уровень навыков</b>	Навыки высокого порядка

### Задание 1

Упростите выражение:  $\frac{1 - 2 \sin^2 x}{1 + \sin 2x} - \frac{1 - \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} x}$ .

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- применяет формулы двойного угла;
- применяет основное тригонометрическое тождество;
- преобразовывает полученное выражение.

### Задание 2

Упростите выражение:  $\frac{4 \sin\left(4\alpha - \frac{\pi}{2}\right)}{\operatorname{ctg}\left(2\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) - \operatorname{tg}\left(2\alpha + \frac{5\pi}{2}\right)}$ .

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- применяет свойство четности (нечетности) тригонометрических функций;
- применяет формулы приведения;
- применяет основные тригонометрические тождества;
- применяет формулы двойного угла;
- преобразовывает полученное выражение.

### Задание 3

Упростите выражение:  $\frac{\sin^2 \alpha}{\sin(\alpha - \beta)} + \frac{\sin^2 \beta}{\sin(\beta - \alpha)}$ .

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- применяет свойство четности (нечетности) тригонометрических функций;
- применяет формулы сокращенного умножения;
- применяет формулы преобразования суммы и разности; тригонометрических функций в произведение;
- применяет формулы двойного угла;
- преобразовывает полученное выражение.

**Цель обучения**

9.3.2.1 Усвоить понятия: событие, случайное событие, достоверное событие, невозможное событие, благоприятствующие исходы, равновозможные и противоположные события

**Критерий оценивания****Обучающийся**

- Классифицирует понятия: событие, случайное событие, достоверное событие, невозможное событие, благоприятствующие исходы, равновозможные и противоположные события

**Уровень навыков**

**мыслительных** Знание и понимание

**Задание 1**

Установите соответствие между понятиями теории вероятностей и приведенными примерами. Приведите *свой* пример в каждом случае.

Понятие	Пример	Свой пример
Случайное событие		
Достоверное событие		
Невозможное событие		
Равновозможные события		
Противоположные события		

- - День Конституции в Казахстане празднуется 30 августа.
- - Баскетбольный матч назначен на 31 февраля.
- - Баскетболист совершил “трёхочковый” бросок.
- - Баскетболист попал в кольцо. Баскетболист промахнулся.
- - Сегодня вы празднуете свой день рождения.
- - Айсулу подарили красные, синие и зеленые шары. Она нечаянно лопнула черный шар.
- - Подбросили игральный кубик. Выпало 6 очков. Выпало 2 очка.
- - При подбрасывании монеты выпала «решка». При подбрасывании монеты выпал «орел».
- - В коробке находятся красные шары. Наудачу извлеченный шар – красный.

**Дескриптор: Обучающийся**

- определяет вид события;
- приводит пример на каждый вид события.

## Раздел «Элементы теории вероятностей»

<b>Цель обучения</b>	9.3.2.3 Знать классическое определение вероятности и применять его для решения задач
<b>Критерий оценивания</b>	<b>Обучающийся</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Находит вероятность наступления события, используя классическое определение вероятности</li></ul>
<b>Уровень мыслительных навыков</b>	Применение

**Решите задачи.**

### **Задание 1**

В фирме имеются 35 такси разного цвета: 11 красных, 17 фиолетовых и 7 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что это будет такси зеленого цвета.

### **Задание 2**

В ателье шьют мужские костюмы. В среднем на каждые 200 пошитых костюмов, выставленных на продажу, 5 имеют брак. Какова вероятность, что Дамир купит костюм без брака?

### **Задание 3**

В среднем из 500 воздушных шаров 15 бракованные. Какова вероятность того, что наудачу взятый шар окажется целым?

### **Задание 4**

В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 20 очков.

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- определяет число возможных исходов;
- определяет число благоприятных исходов;
- находит вероятность наступления события.

<b>Цель обучения</b>	9.3.2.5 Применять геометрическую вероятность при решении задач
<b>Критерий оценивания</b>	<i>Обучающийся</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Находит вероятность наступления события, используя геометрическое определение вероятности</li> </ul>
<b>Уровень мыслительных навыков</b>	Применение

### Задание 1

В круге радиуса 10 см находится треугольник со сторонами 5 см, 12 см и 13 см. В круг наудачу ставится точка. Найти вероятность того, что она **не** попадёт в данный треугольник. Ответ дайте с точностью до сотых.

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- находит площадь круга;
- находит площадь треугольника;
- применяет геометрическое определение вероятности;
- находит вероятность наступления события;
- выполняет округление результата.

### Задание 2

На прямоугольном листе бумаги размером 15x30 нарисован квадрат. На лист бумаги случайным образом ставится точка. Вероятность того, что эта точка окажется внутри квадрата, равна 0,08. Найдите длину стороны нарисованного квадрата.

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- находит площадь прямоугольника;
- применяет геометрическое определение вероятности;
- находит площадь квадрата;
- находит длину стороны квадрата.