

Сборник заданий формативного оценивания

по предмету «Алгебра и начала анализа»

10 класс

(общественно-гуманитарное направление)

Уважаемый учитель!

Коллективная работа учителей позволила разработать настоящий сборник заданий в качестве обучающего пособия в помощь учителю в рамках внедрения обновленного содержания образования. Задания с критериями оценивания и дескрипторами являются образцами, которые помогут предоставлять обучающимся конструктивную обратную связь по достижению целей обучения, подбирать и разрабатывать аналогичные задания, планировать уроки и проводить формативное оценивание.

Рекомендательный характер сборника предоставляет возможность Вам адаптировать, дополнять и вносить изменения в задания с учетом возможностей и потребностей обучающихся.

Дополнительные материалы (руководства, презентации, планы и др.), возможность обсуждения на форумах и видеоинструкции Вы можете найти на официальном сайте АОО «Назарбаев Интеллектуальные школы» smk.edu.kz.

Плодотворной работы и творческих успехов!

Сборник предназначен для учителей основной школы, методистов, региональных и школьных координаторов по критериальному оцениванию и других заинтересованных лиц.

При подготовке сборника использованы ресурсы (рисунки, тексты, видео- и аудиоматериалы и др.), находящиеся в открытом доступе на официальных интернет-сайтах. Сборник разработан в некоммерческих целях.

Содержание

1 четверть	4
Раздел «Функция, ее свойства и график».....	4
Раздел «Тригонометрические функции».....	10
2 четверть	15
Раздел «Тригонометрические уравнения и неравенства».....	15
Раздел «Вероятность».....	20
3 четверть	22
Раздел «Производная».....	22
Раздел «Применение производной».....	30
4 четверть	35
Раздел «Случайные величины и их числовые характеристики».....	35

1 четверть

Раздел «Функция, ее свойства и график»

Цель обучения	10.3.1.1 Знать определение и способы задания функции
Критерий оценивания	Обучающийся <ul style="list-style-type: none">• Определяет функциональную зависимость• Составляет функцию по условию задачи
Уровень мыслительных навыков	Знание и понимание Применение

Задание 1

Среди зависимостей, предложенных ниже, найдите функциональные:

- А) Зависимость площади квадрата от его стороны
- В) Зависимость периметра квадрата от его стороны
- С) Зависимость количества купленных конфет от размера сумки
- Д) Зависимость расстояния, пройденного за одно и то же время от длины ног

Дескриптор: *Обучающийся*

- распознает функциональную зависимость.

Задание 2

Из прямоугольного листа жести размером 30×50 см по углам вырезали квадраты со стороной x см и из полученной заготовки в форме «креста» согнули коробку прямоугольной формы высотой, равной x см (Рис 1). Выразите объем полученной коробки как функцию от x .

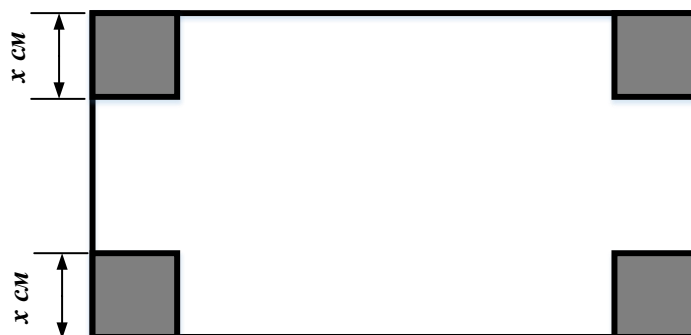


Рис 1.

Дескриптор: *Обучающийся*

- записывает формулу для нахождения объема коробки;
- выражает длину коробки;
- выражает ширину коробки;
- записывает выражение для нахождения объема полученной коробки.

Цель обучения	10.3.1.2 Уметь выполнять преобразования графика функции (параллельный перенос, сжатие и растяжение)
Критерий оценивания	Обучающийся <ul style="list-style-type: none"> • Использует преобразование графика функции (параллельный перенос, сжатие и растяжение) при построении графика • Описывает преобразования графика функции
Уровень мыслительных навыков	Применение
Задание 1	

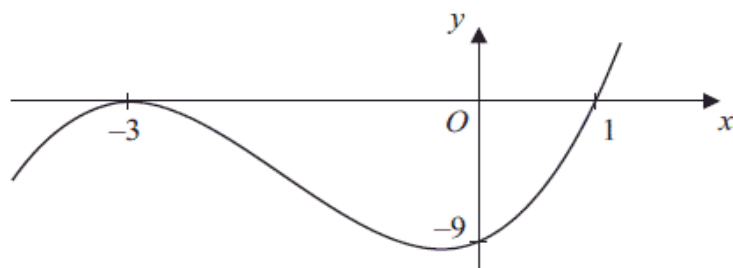


Рис.1

На рисунке 1 показан эскиз кривой $y=f(x)$.

- а) Постройте график кривой $y = f(x + 2)$.
- б) Запишите точки пересечения с осью Ox .

Дескриптор: *Обучающийся*

- определяет вид преобразования графика функции;
- выполняет построение графика, используя преобразование;
- находит точки пересечения с осью Ox .

Задание 2

Запишите цепочку преобразований для построения графика функции $y = x^2 - 6x + 2$.

Дескриптор: *Обучающийся*

- выделяет полный квадрат;
- записывает последовательность преобразований для построения графика.

Цель обучения

10.3.1.3 Уметь определять свойства функции

10.3.1.4 Уметь описывать по заданному графику функции её свойства:

- 1) область определения функции;
- 2) область значений функции;
- 3) нули функции;
- 4) периодичность функции;
- 5) промежутки монотонности функции;
- 6) промежутки знакопостоянства функции;
- 7) наибольшее и наименьшее значения функции;
- 8) четность, нечетность функции;
- 9) ограниченность функции;
- 10) непрерывность функции;
- 11) экстремумы функции

Критерий оценивания

Обучающийся

- Определяет область определения, множество значений функции и нули функции
- Определяет промежутки монотонности функции
- Находит наибольшее и наименьшее значение функции
- Исследует функцию на четность и периодичность

Уровень мыслительных навыков

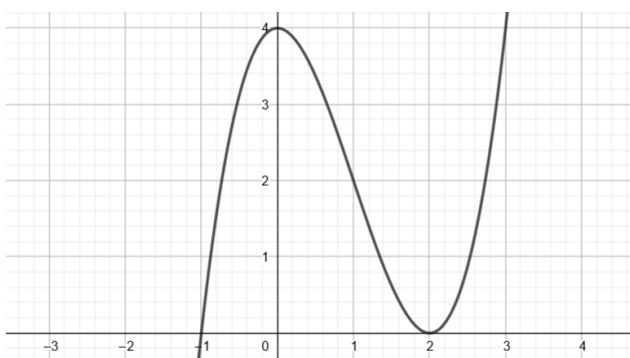
Знание и понимание
Применение

Задание 1

На рисунке изображен график функции $y = g(x)$, где $-1 \leq x \leq 3$.

Укажите:

- a) область значений функции;
- b) нули функции;
- c) промежутки знакопостоянства функции;
- d) промежутки убывания и возрастания функции;
- e) наибольшее и наименьшее значение функции
- f) экстремумы функции;



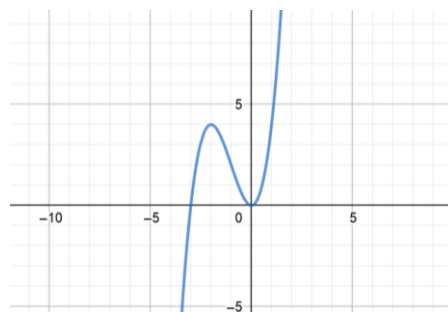
Дескриптор: Обучающийся

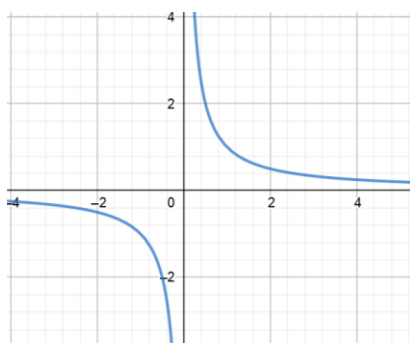
- находит область значений функции.
- записывает нули функции;
- записывает промежутки знакопостоянства функции;
- указывает промежутки убывания функции;
- указывает промежутки возрастания функции;
- определяет наибольшее значение функции;
- определяет наименьшее значение функции;
- находит экстремумы функции.

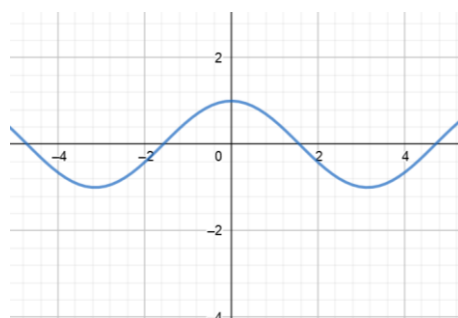
Задание 2

Укажите, какие из предложенных графиков будут являться графиками четных или нечетных функций:









Дескриптор: *Обучающийся*

- выбирает графики четных функций;
- выбирает графики нечетных функций.

Задание 3

Используя определение, исследуйте на четность и нечетность следующие функции:

- $f(x) = 2x^4 - 3x^2 + 6$
- $f(x) = 8x^3 - 7x$
- $f(x) = x^4 - 4x + 5$

Дескриптор: *Обучающийся*

- находит значение функции в точке $(-x)$;
- определяет четность или нечетность функций.

Цель обучения	10.3.1.5 Знать определение обратной функции и уметь находить функцию, обратную заданной и знать свойство расположения графиков взаимно обратных функций 10.3.1.6 Уметь распознавать сложную функцию $f(g(x))$ и составлять композицию функций
Критерий оценивания	Обучающийся <ul style="list-style-type: none"> • Находит обратную функцию • Составляет композицию функций • Использует свойства графиков взаимно обратных функций
Уровень мыслительных навыков	Применение

Задание 1

Функции f и g определены следующим образом:

$$f(x) = 1 - 2x^3, x \in \mathbb{R} \qquad g(x) = \frac{3}{x} - 4, x > 0, x \in \mathbb{R}$$

а) Найдите $f^{-1}(x)$.

б) Покажите, что композиция функций $g \cdot f \rightarrow \frac{8x^3 - 1}{1 - 2x^3}$.

Дескриптор: *Обучающийся*

- выражает одну переменную через другую;
- находит обратную функцию;
- подставляет значение аргумента;
- составляет композицию двух функций.

Задание 2

Функция f определена следующим образом $f(x) = \frac{2(x-1)}{x^2 - 2x - 3} - \frac{1}{x-3}, x > 3$

а) Покажите, что $f(x) = \frac{1}{x+1}, x > 3$.

б) Найдите область определения $f^{-1}(x)$.

с) Найдите область значений $f^{-1}(x)$.

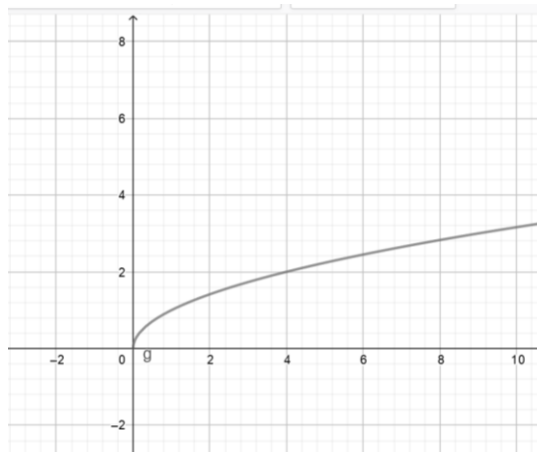
д) Решите уравнение $f \cdot g(x) = \frac{1}{8}$.

Дескриптор: *Обучающийся*

- преобразовывает выражение $f(x)$;
- выражает одну переменную через другую;
- определяет обратную функцию;
- определяет область определения f^{-1} ;
- записывает область значения функции f^{-1} ;
- составляет композицию двух функций;
- определяет корни уравнения.

Задание 3

Постройте график обратной функции для данной функции:



Дескриптор: *Обучающийся*

- использует свойство расположения графиков взаимно-обратных функций;
- строит график обратной функции.

Раздел «Тригонометрические функции»

Цель обучения 10.1.3.1 Знать определения, свойства тригонометрических функций и уметь строить их графики

Критерий оценивания *Обучающийся*

- Определяет свойства тригонометрических функций

Уровень мыслительных навыков Знание и понимание
Применение

Задание 1

Определите, какие из представленных ниже утверждений описывают график функции $y = \sin x$ / $y = \cos x$ или оба графика одновременно. Поставьте ✓ в соответствующих столбцах.

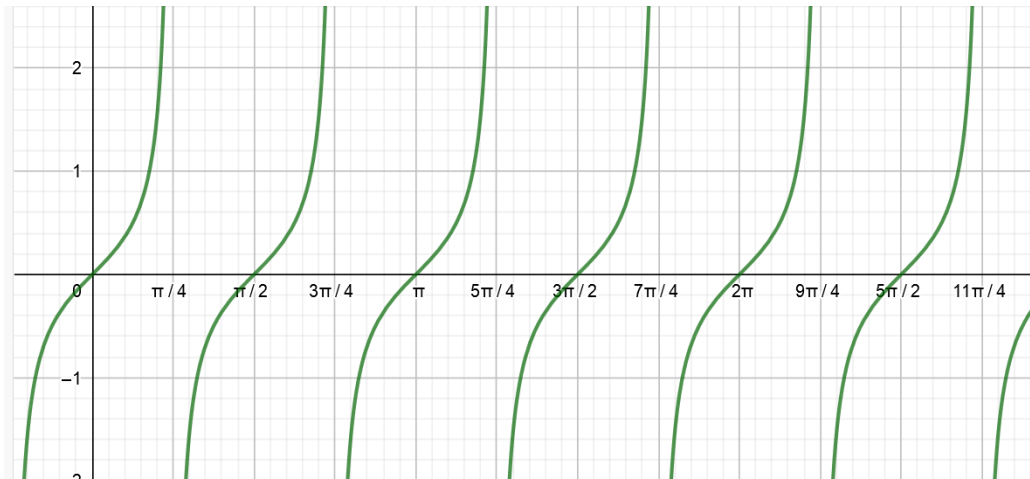
Утверждение	График $y = \sin x$	График $y = \cos x$
Пересекается с осью Ox в точке $\frac{3\pi}{2}$		
Возрастает на интервале $\left[0; \frac{\pi}{2}\right)$		
Область значения $-1 \leq y \leq 1$		
Пересекается с осью Oy в точке 0		
Возрастает на интервале $(\pi; 2\pi)$		
Пересекается с осью Ox в точке $\frac{\pi}{2}$		
Период равен 2π		
Пересекается с осью Ox в точке π		

Дескриптор: *Обучающийся*

- сопоставляет указанные точки пересечения с осью абсцисс;
- сопоставляет промежутки возрастания;
- сопоставляет область значения функции;
- сопоставляет период функции.

Задание 2

- а) Для графика функции $y = \operatorname{tg} x$. Заполните пробелы в следующих предложениях.
 На интервале $[0; 2\pi]$, функция пересекается с осью Ox в точках _____, и имеет асимптоты в количестве _____.
- б) Какие из следующих утверждений будут соответствовать ниже представленному графику функции $y = 0,5 \operatorname{tg}(2x)$.



- A.** Асимптота $x = \frac{3\pi}{2}$. **B.** Пересекает ось Oy в $\frac{\pi}{2}$.
C. Период равен $\frac{\pi}{4}$. **D.** Пересекает ось Ox в 0 .
E. Пересекает ось Oy в 0 . **F.** Асимптота $x = \frac{7\pi}{4}$.
G. Область значения $y \geq 0$ **H.** Пересекает ось Ox в $\frac{5\pi}{4}$.
K. Период равен $\frac{\pi}{2}$ **L.** Область значения $y < 0$.

Дескриптор: *Обучающийся*

- определяет точки пресечения графика функции $y = tgx$ с осью абсцисс на заданном интервале;
- определяет асимптоты графика функции $y = tgx$ на заданном интервале;
- определяет период заданной функции;
- определяет область значения графика функции $y = tgx$ на заданном интервале.

Цель обучения

10.1.3.2 Уметь строить графики тригонометрических функций с помощью преобразований

Критерий оценивания

Обучающийся

- Выполняет преобразования графиков тригонометрических функций

Уровень мыслительных навыков

Знание и понимание
Применение

Задание 1

Выберите функции, графики которых могут быть получены отражением графика функции $f(x) = \cos x$ по оси Ox и сжатием его по вертикали.

A. $h(x) = -8\cos x$

B. $k(x) = \cos(0,2x)$

C. $m(x) = -0,7\cos x$

D. $n(x) = \cos(-6x)$

E. $p(x) = -0,9\cos x$

F. $q(x) = \cos(-0,5x)$

G. $r(x) = 0,4\cos x$

H. $s(x) = \cos(-0,1x)$

I. $h(x) = -3\cos x$

Постройте их в одной системе координат.

Дескриптор: *Обучающийся*

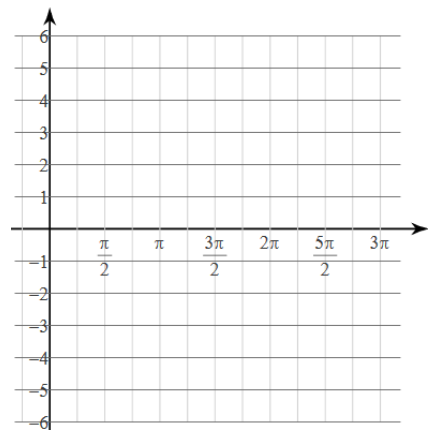
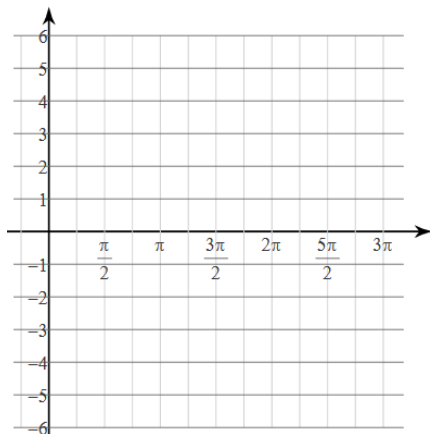
- определяет функции, графики которых могут быть получены отражением $f(x) = \cos x$ по оси Ox и сжатием его по вертикали;
- строит данные графики.

Задание 2

Найдите амплитуду, период в радианах, вертикальный сдвиг, минимальное и максимальное значение. Постройте график.

$$y = 3\sin\left(\alpha - \frac{5\pi}{6}\right)$$

$$y = 0,5\cos \beta$$



Дескриптор: *Обучающийся*

- определяет амплитуду функции;
- определяет период функции;
- находит вертикальный сдвиг,
- находит минимальное и максимальные значения;
- использует график функции $y = \sin x$;
- выполняет смещение относительно оси абсцисс;
- выполняет растяжение/сжатие вдоль оси ординат;
- строит и обозначает график функции;
- использует график функции $y = \cos x$.

Цель обучения

10.1.3.3 Знать определения арксинуса, арккосинуса, арктангенса, арккотангенса и уметь находить их значения

Критерий оценивания

Обучающийся

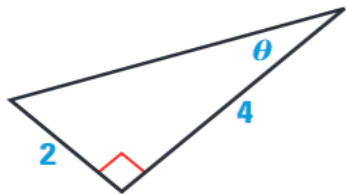
- Находит значения арксинуса и арккосинуса
- Находит значения арктангенса и арккотангенса

Уровень мыслительных навыков

Применение

Задание 1

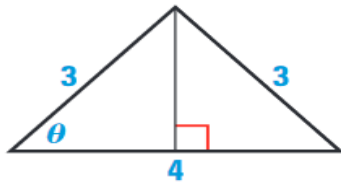
Заполните пропуски, используя определение тригонометрических функций. Вычислите угол θ . Ответ округлите до трех значащих цифр.



$$\sin \theta = \text{---}$$

$$\theta = \arcsin \text{---}$$

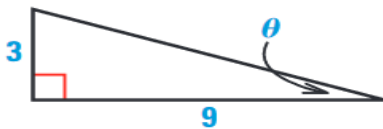
$$\theta = \text{---}$$



$$\cos \theta = \text{---}$$

$$\theta = \arccos \text{---}$$

$$\theta = \text{---}$$



$$\operatorname{tg} \theta = \text{---}$$

$$\theta = \operatorname{arctg} \text{---}$$

$$\theta = \text{---}$$

Примечание: возможно использование калькулятора и/или таблицы Брадиса

Дескриптор: Обучающийся

- использует определение тригонометрических функций;
- находит значение арксинуса;
- находит значение арккосинуса;
- находит значение арктангенса.

Задание 2

Вычислите:

a) $\operatorname{arccctg} \left(-\frac{\sqrt{3}}{3} \right);$

b) $\arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right);$

c) $\arcsin 0.$

Дескриптор: Обучающийся

- вычисляет значение арккотангенса;
- вычисляет значение арккосинуса;
- вычисляет значение арксинуса.

Цель обучения

10.1.3.4 Находить значения выражений, содержащих обратные тригонометрические функции

Критерий оценивания

Обучающийся

- Выполняет преобразования выражений, содержащих обратные тригонометрические функции

Уровень мыслительных навыков

Применение

Задание 1

Вычислите:

$$\text{a) } \arctg\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)\right); \quad \text{b) } \arcsin\left(\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)\right); \quad \text{c) } \arccos\left(\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right).$$

Дескриптор: *Обучающийся:*

- находит значения косинуса/синуса;
- находит значение арктангенса;
- находит значение арксинуса;
- находит значение арккосинуса.

Задание 2

Найдите значение выражения:

$$\begin{aligned} 1) & \frac{12}{\pi} \left(\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \arctg(-\sqrt{3}) \right); \\ 2) & 2\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \arctg(-1) + \arccos\frac{\sqrt{2}}{2}. \end{aligned}$$

Дескриптор: *Обучающийся*

- использует определение и свойства обратных тригонометрических функций;
- находит значения обратных тригонометрических функций;
- выполняет преобразования;
- находит значение выражения.

2 четверть

Раздел «Тригонометрические уравнения и неравенства»

Цель обучения	10.1.3.5 Уметь решать простейшие тригонометрические уравнения
Критерий оценивания	Обучающийся <ul style="list-style-type: none">• Находит решение простейших тригонометрических уравнений, содержащих синус и косинус• Находит решение простейших тригонометрических уравнений, содержащих тангенс и котангенс
Уровень мыслительных навыков	Применение

Задание 1
Установите истинность или ложность утверждений.

Утверждение	Истина	Ложь
$\operatorname{tg} x = a, x = \operatorname{arctg} a + 2\pi n$		
$\cos x = 0, x = \frac{\pi}{2} + \pi n$		
$\operatorname{ctg} x = -1, x = \frac{3\pi}{4} + \pi n$		
$\sin x = a, x = \pm \operatorname{arcsin} a + 2\pi n$		
$\sin x = 1, x = \pi n$		
$\cos x = a, x = \pm \operatorname{arccos} a + 2\pi n$		

Дескриптор: *Обучающийся*

- определяет решение тригонометрического уравнения, содержащего тангенс;
- определяет решение тригонометрического уравнения, содержащего косинус;
- определяет решение тригонометрического уравнения, содержащего котангенс;
- определяет решение тригонометрического уравнения, содержащего синус.

Задание 2

Решите уравнение:

a) $\sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{x}{2}\right) + 1 = 0;$

b) $\sqrt{3} - \operatorname{tg} 2x = 0.$

Дескриптор: *Обучающийся*

- использует формулу нахождения корней уравнения, содержащего синус;
- записывает общее решение уравнения;
- использует формулу нахождения корней уравнения, содержащего тангенс;
- находит общее решение уравнения.

Цель обучения	10.1.3.6 Уметь решать тригонометрические уравнения методом разложения на множители 10.1.3.7 Уметь решать тригонометрические уравнения, приводимые к квадратному уравнению
Критерий оценивания	Обучающийся <ul style="list-style-type: none"> • Решает тригонометрические уравнения с помощью разложения на множители • Решает тригонометрические уравнения, приводимые к квадратному уравнению
Уровень мыслительных навыков	Применение
Задание 1	

Решите уравнение: $\frac{1}{2} \sin 2x - \cos x = 0$.

Дескриптор: *Обучающийся*

- использует формулу синуса двойного угла;
- выносит общий множитель за скобки;
- составляет совокупность двух тригонометрических уравнений;
- использует формулу нахождения корней синуса;
- использует формулу нахождения корней косинуса;
- находит общее решения уравнения.

Задание 2

а) Решите уравнение:

$$2 \sin^2 \left(\frac{3\pi}{2} + x \right) = \sqrt{3} \cos x.$$

б) Найдите все его корни, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi \right]$.

Дескриптор: *Обучающийся*

- использует формулу приведения;
- выносит общий множитель за скобки;
- составляет совокупность двух тригонометрических уравнений;
- использует формулу нахождения корней синуса;
- использует формулу нахождения корней косинуса;
- находит общее решения уравнения;
- находит корни, принадлежащие промежутку.

Задание 3

Решите уравнение: $6 \sin^2 x + 5 \cos x - 2 = 0$.

Дескриптор: *Обучающийся*

- использует основное тригонометрическое тождество;
- получает квадратное уравнение относительно косинуса;
- вводит новую переменную;
- определяет корни квадратного уравнения;
- использует формулу нахождения корней косинуса;
- находит общее решения уравнения.

Цель обучения	10.1.3.8 Уметь решать однородные тригонометрические уравнения
Критерий оценивания	Обучающийся <ul style="list-style-type: none"> Использует метод решения однородных тригонометрических уравнений
Уровень мыслительных навыков	Применение

Задание 1

Решите уравнение:

a) $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 0$

b) $3 \sin^2 x - 4 \sin x \cos x + \cos^2 x = 0$

Дескриптор: *Обучающийся*

- делит обе части уравнения на $\cos x / \sin x$
- использует формулу нахождения корней тангенса /котангенса;
- находит общее решения уравнения.
- делит обе части уравнения на $\cos^2 x$ (или $\sin^2 x$);
- получает квадратное уравнение относительно тангенса/ котангенса;
- вводит новую переменную;
- определяет корни квадратного уравнения;
- использует формулу нахождения корней тангенса/котангенса;
- находит общее решения уравнения.

Цель обучения

10.1.3.9 Уметь решать простейшие тригонометрические неравенства

Критерий оценивания

Обучающийся

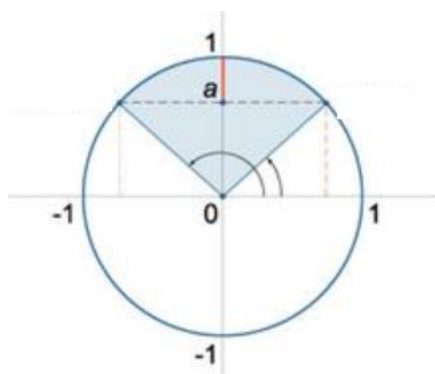
- Находит решение простейших тригонометрических неравенств

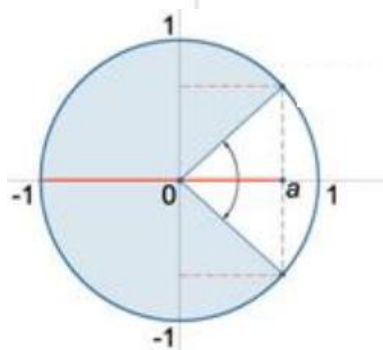
Уровень мыслительных навыков

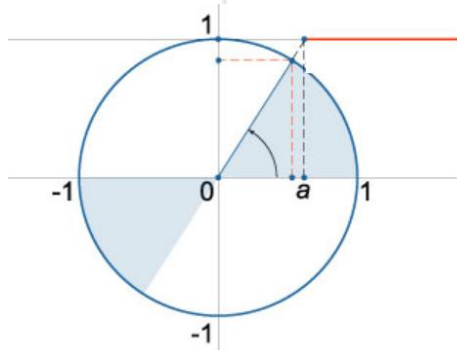
Применение

Задание 1

Определите простейшие тригонометрические неравенства, решение которых изображено на рисунках.







Дескриптор: Обучающийся

- определяет неравенство, содержащее синус;
- определяет неравенство, содержащее косинус;
- определяет неравенство, содержащее котангенс.

Задание 2

Решите неравенство: $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \geq 1$.

Дескриптор: *Обучающийся*

- вводит новую переменную, заменяя аргумент;
- изображает решение на тригонометрической окружности;
- определяет множество решений неравенства;
- записывает решение исходного неравенства.

Раздел «Вероятность»

Цель обучения

10.2.1.1 Знать понятие случайного события, виды случайных событий и приводить их примеры

Критерий оценивания

Обучающийся

- Определяет вид события
- Применяет правило умножения вероятностей при решении задач

Уровень мыслительных навыков

Применение

Задание 1

Определите, какие пары событий несовместны.

- а) наугад выбранное натуральное число от 1 до 100 делится на 9; делится на 13;
- б) выигрыш в лотерею по первому билету; по второму билету;
- с) наугад выбранное натуральное число от 1 до 100 делится на 3; делится на 4;
- д) выигрыш и проигрыш в шахматной партии.

Дескриптор: *Обучающийся*

- использует определение несовместных событий;
- указывает пары несовместных событий.

Задание 2

Событие A состоит в том, что все из 10 изготовленных деталей стандартные. Что означает событие \bar{A} ?

Дескриптор: *Обучающийся*

- указывает вид события.

Цель обучения	<p>10.2.1.2 Вычислять вероятность случайных событий, применяя свойства вероятностей</p> <p>10.2.1.3 Понимать и применять правила сложения и умножения вероятностей</p> <p>* $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$;</p> <p>* $P(A + B) = P(A) + P(B)$;</p> <p>* $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$;</p>
Критерий оценивания	<p>Обучающийся</p> <ul style="list-style-type: none"> • Применяет свойства вероятности случайных событий • Применяет правило умножения вероятностей при решении задач • Применяет правило сложения вероятностей при решении задач
Уровень мыслительных навыков	Применение

Задание 1

В каждом из трех ящиков имеется по 10 деталей. В первом ящике 8 стандартных деталей, во втором – 7, в третьем – 9. Из каждого ящика наудачу извлекают по одной детали. Найти вероятность того, что все детали окажутся стандартными.

Дескриптор: *Обучающийся*

- находит вероятность каждого события;
- использует правило умножения вероятностей;
- находит вероятность

Задание 2

Магазин получил продукцию в ящиках с четырех оптовых складов: 4 с первого, 5 со второго, 7 с третьего и 4 с четвертого склада. Случайным образом выбран ящик для продажи. Какова вероятность того, что это будет ящик с первого или третьего склада.

Дескриптор: *Обучающийся*

- находит вероятность каждого события;
- использует правило сложения вероятностей;
- находит вероятность события.

Задание 3

Два стрелка сделали по одному выстрелу в мишень. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,8, для второго – 0,6. Найти вероятность того, что только один стрелок попадет в мишень.

Дескриптор: *Обучающийся*

- использует правило умножения вероятностей;
- использует правило сложения вероятностей;
- находит вероятность.

3 четверть

Раздел «Производная»

Цель обучения	10.3.1.7 Знать определение предела функции в точке и на бесконечности
Критерий оценивания	Обучающийся <ul style="list-style-type: none">• Вычисляет пределы функции на бесконечности• Вычисляет пределы функции в точке
Уровень мыслительных навыков	Применение

Задание 1

Вычислите пределы функции:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3 - 3x^2 + 2x}{4x^3 - 2x + 1}; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-1)^3}{x^3 - 2x^2 - 3x}.$$

Дескриптор: *Обучающийся*

- выполняет преобразования;
- раскрывает неопределенность вида $\frac{\infty}{\infty}$;
- находит значение предела.

Задание 2

Вычислите пределы функции.

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x+2}}; \quad \text{b) } \lim_{y \rightarrow -2} \frac{y^3 + 3y^2 + 2y}{y^2 - y - 6}; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x+1} - 1}.$$

Дескриптор: *Обучающийся*

- определяет вид неопределенности;
- раскладывает числитель и знаменатель на множители;
- использует сопряженное;
- выполняет сокращение;
- находит значение предела.

Цель обучения

10.3.1.8 Знать определение непрерывной функции

Критерий оценивания

Обучающийся

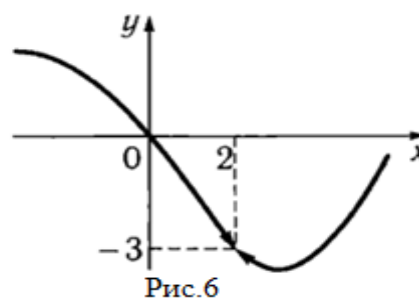
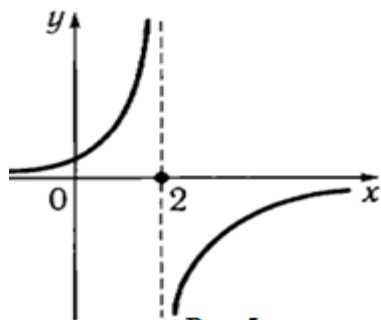
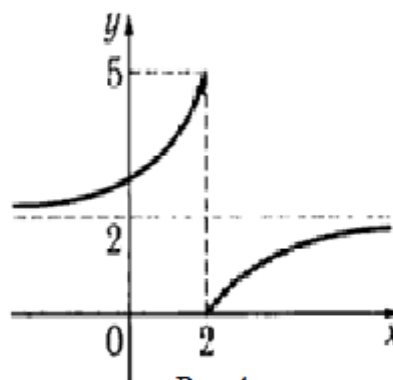
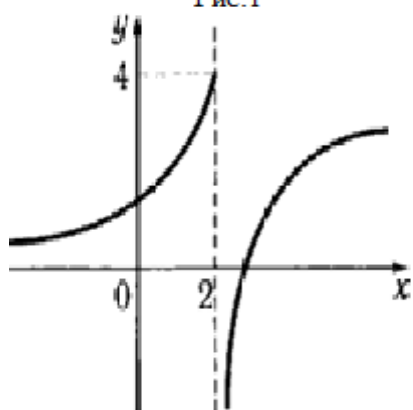
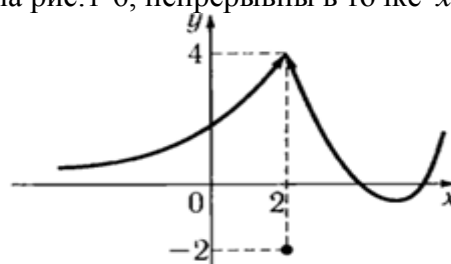
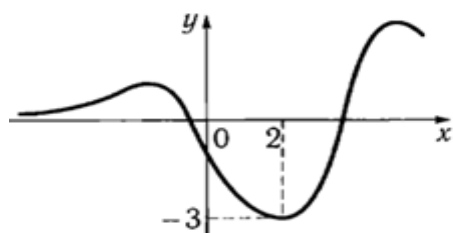
- Определяет непрерывность функции;
- Изображает эскиз графика непрерывной функции.

Уровень мыслительных навыков

Знание и понимание

Задание 1

Какие из функций, графики которых приведены на рис.1-6, непрерывны в точке $x = 2$?



Дескриптор: *Обучающийся*

- указывает графики функций, на которых функция непрерывна в заданной точке.

Задание 3

Дана функция:

$$g(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } -2 < x < -1 \\ -2x - 1, & \text{если } -1 < x < 0 \\ 1 - x^2, & \text{если } 0 < x < 1 \\ -2, & \text{если } x = 1 \\ 2x - 2, & \text{если } 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

Ответьте на следующие вопросы:

- Определена ли функция в точке $x=1$?
- Будет ли выполняться следующее равенство $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = g(1)$?
- Определена ли функция $g(x)$ в точке $x=-1$?

Дескриптор: *Обучающийся*

- записывает выражения для определения значения функции в заданной точке;
- находит односторонние пределы;
- сравнивает значения односторонних пределов;
- записывает выражения для определения значения функции в заданной точке.

Цель обучения	10.3.1.9 Знать определение производной функции и находить производную функции по определению
Критерий оценивания	Обучающийся <ul style="list-style-type: none"> Использует определение производной функции
Уровень мыслительных навыков	Знание и понимание

Задание 1

Найдите производную функции $y = \sqrt{x}$, используя определение производной.

Дескриптор: *Обучающийся:*

- записывает предел отношения приращения функции к приращению аргумента;
- выполняет преобразование полученного выражения;
- записывает производную для функции $y = \sqrt{x}$.

Цель обучения	10.3.1.10 Находить производные постоянной функции и степенной функции
Критерий оценивания	10.3.1.11 Знать и применять правила дифференцирования <i>Обучающийся</i> <ul style="list-style-type: none"> • Находит производную степенной функции • Применяет правила дифференцирования для нахождения производной
Уровень мыслительных навыков	Применение

Задание 1

Найдите производные следующих функций.

$$\text{a) } y = \sqrt[3]{x^2} (2x - x^2); \quad \text{b) } h(t) = \frac{2t^5 + t^2 - 5}{t^2}.$$

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет правило нахождения производной произведения;
- применяет правило нахождения производной частного;
- находит производную степенной функции;
- находит производную функции.

Задание 2

Дана функция $f(x) = \frac{(3 - 4\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}}$, где $x > 0$.

- Покажите, что $f(x) = 9x^{-\frac{1}{2}} + Ax^{\frac{1}{2}} + B$, где A и B - рациональные числа.
- Найдите $f'(x)$.

Дескриптор: *Обучающийся*

- записывает дробь в требуемом виде;
- использует правило дифференцирования;
- находит производную функции.

Цель обучения	10.3.2.1 Знать геометрический смысл производной 10.3.3.2 Решать задачи с использованием геометрического смысла производной
Критерий оценивания	Обучающийся • Определяет тангенс угла наклона касательной
Уровень мыслительных навыков	Применение

Задание 1

Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке графика с абсциссой x_0 : $y = x^3 - 2x - 1$, $x_0 = -1$.

Дескриптор: *Обучающийся*

- записывает выражение для нахождения тангенса угла наклона касательной;
- находит производную заданной функции;
- вычисляет значение тангенса в точке графика с заданной абсциссой.

Задание 2

Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке графика с абсциссой x_0 : $y = 3x - x^3$, $x_0 = -2$.

Дескриптор: *Обучающийся*

- находит производную заданной функции;
- вычисляет значение углового коэффициента в точке графика с заданной абсциссой.

Цель обучения	10.3.2.2 Знать физический смысл производной 10.3.3.1 Решать прикладные задачи, опираясь на физический смысл производной
Критерий оценивания	Обучающийся <ul style="list-style-type: none"> Решает задачи, используя физический смысл производной
Уровень мыслительных навыков	Применение

Задание 1

Закон движения материальной точки по прямой имеет вид $x = \frac{t^4}{4} - 4t^3 + 16t^2$. Определите, в какие моменты времени мгновенная скорость точки положительна.

Дескриптор: *Обучающийся*

- находит производную функции;
- составляет неравенство, используя физический смысл производной;
- находит интервалы моментов времени, в которых скорость положительна.

Задание 2

Материальная точка движется прямолинейно по закону $s(t) = 4t + t^2 - \frac{1}{6}t^3$, где $s(t)$ – путь в метрах, t – время в секундах. Найдите мгновенную скорость, действующую на точку в момент $t = 2$ с.

Дескриптор: *Обучающийся*

- применяет физический смысл производной функции;
- находит мгновенную скорость в момент времени.

Цель обучения 10.3.1.12 Составлять уравнение касательной к графику функции в заданной точке

Критерий оценивания *Обучающийся*

- Составляет уравнение касательной к графику функции в заданной точке

Уровень мыслительных навыков Применение

Задание 1

Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = x - 3x^2$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.

Дескриптор: *Обучающийся*

- находит значение функции в точке;
- находит значение производной в точке;
- использует формулу уравнения касательной;
- записывает уравнение касательной.

Задание 2

Кривая задана уравнением $y = kx^3 - x^2 + x - 5$, где k – это постоянная. Точка A с абсциссой $x = -\frac{1}{2}$ принадлежит данной кривой. Касательная к кривой, проходящая через точку A , параллельна прямой $2y - 7x + 1 = 0$. Найдите:

- значение k ;
- ординату точки A .

Дескриптор: *Обучающийся*

- определяет угловой коэффициент параллельной прямой;
- находит производную функции;
- приравнивает угловые коэффициенты;
- вычисляет значение k ;
- определяет вторую координату.

Раздел «Применение производной»

Цель обучения	10.3.1.14 Знать определение сложной функции и находить её производную 10.3.1.13 Находить производные тригонометрических функций
Критерий оценивания	Обучающийся <ul style="list-style-type: none">• Находит производную тригонометрической функции• Находит производную сложной функции
Уровень мыслительных навыков	Применение

Задание 1

Найдите производную функции:

a) $y = \cos(1 - 2x)$;

b) $y = 2(1 - 2x)$;

c) $y = \sqrt{(1 - 3x)^3}$.

Дескриптор: *Обучающийся*

- использует формулу производную сложной функции;
- находит производную косинуса;
- находит производную рациональной функции;
- находит производную корня n -ой степени;
- находит производную степенной функции;
- находит производную рациональной функции;
- находит производную функции.

Цель обучения	10.3.1.15 Знать и применять необходимое и достаточное условие возрастания (убывания) функции на интервале
Критерий оценивания	Обучающийся <ul style="list-style-type: none"> Использует условие возрастания (убывания) функции и находит промежутки монотонности
Уровень мыслительных навыков	Применение

Задание 1

Найдите интервалы монотонности функции $f(x) = \frac{1}{x+2}$.

Дескриптор: *Обучающийся:*

- применяет правило нахождения производной частного;
- находит производную функции;
- решает неравенство для определения промежутков возрастания/промежутков убывания;
- находит промежутки возрастания и убывания функции.

Задание 2

Определите, на каком промежутке функция $f(x) = 0,5x - \sin x$ возрастает.

Дескриптор: *Обучающийся*

- находит производную функции;
- записывает неравенство для определения промежутков возрастания;
- находит промежутки возрастания.

Цель обучения

10.3.1.16 Знать определения критических точек и точек экстремума функции, условие существования экстремума функции

10.3.1.17 Находить критические точки и точки экстремума функции

Критерий оценивания

Обучающийся

- Использует определение критических точек и точек экстремума функции

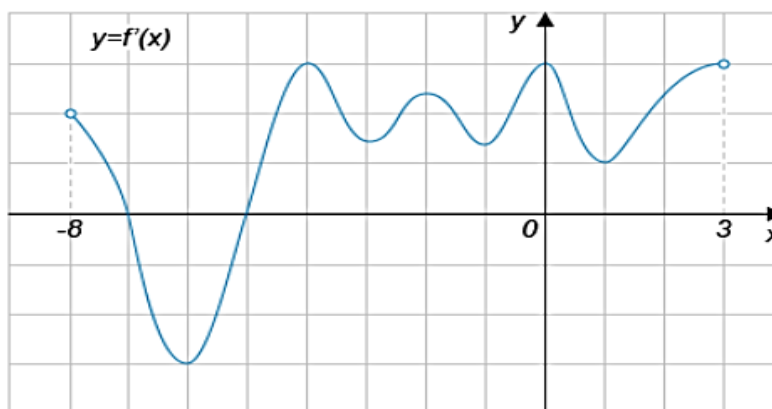
Уровень мыслительных навыков

Знание и понимание

Применение

Задание 1

На рисунке показан график функции $y = f(x)$, определенной на промежутке $(-8;3)$. Найдите количество точек, в которых производная функции равна нулю. Ответ поясните.



Дескриптор: *Обучающийся*

- использует определение критических точек функции;
- находит количество критических точек по графику функции.

Задание 2

Функция, заданная уравнением $y = 10 + 8x + x^2 - x^3$, достигает своего максимального значения в точке A . Покажите, что абсцисса точки A равна 2.

Дескриптор: *Обучающийся*

- находит производную функции;
- решает уравнение;
- находит критические точки;
- находит максимальное значение.

Цель обучения 10.3.1.18 Исследовать свойства функции с помощью производной и строить её график

Критерий оценивания *Обучающийся*

- Исследует свойства функции с помощью производной
- Строит графики функций

Уровень мыслительных навыков Применение

Задание

Проведите полное исследование функции $y = \frac{x^2 + 8}{1 - x}$ и постройте ее график, используя следующую схему:

1. Область определения $D(y)$ и область допустимых значений $E(y)$ функции.
2. Четность, нечетность функции.
3. Точки пересечения с осями.
4. Асимптоты функции.
5. Экстремумы и интервалы монотонности.
6. Точки перегиба и промежутки выпуклости, вогнутости.
7. Построение графиков.

Дескриптор: *Обучающийся*

- определяет область определения и область допустимых значений функции;
- определяет четность, нечетность функции;
- находит точки пересечения графика с осями;
- находит асимптоты функции;
- находит производную функции;
- решает уравнение;
- находит экстремумы функции;
- находит интервалы монотонности;
- находит вторую производную функции;
- определяет точки перегиба;
- находит промежутки выпуклости и вогнутости;
- строит график функции.

Цель обучения	10.3.1.19 Находить наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке 10.3.3.3 Решать прикладные задачи, связанные с нахождением наибольшего (наименьшего) значения функции
Критерий оценивания	Обучающийся <ul style="list-style-type: none"> Решает задачи на нахождение наибольшего (наименьшего) значения функции
Уровень мыслительных навыков	Применение
Задание 1	

Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$ на отрезке $[-2; 2]$.

Дескриптор: *Обучающийся*

- находит производную функции;
- решает уравнение;
- находит критические точки;
- вычисляет значения функции на концах отрезка и в критических точках;
- определяет наибольшее и наименьшее значение функции, сравнивая значения.

Задание 2

Из куска железа в форме прямоугольного треугольника с катетами 2 м и 4 м необходимо вырезать прямоугольник наибольшей площади со сторонами, параллельными катетам треугольника.

Дескриптор: *Обучающийся*

- составляет отношение, следуя из подобия треугольников;
- составляет функцию для нахождения площади;
- находит производную функции;
- решает уравнение;
- находит экстремумы функции;
- находит максимальное значение, учитывая ограничения;
- находит необходимые размеры.

4 четверть

Раздел «Случайные величины и их числовые характеристики»

Цель обучения	10.2.1.4 Понимать, что такое случайная величина и приводить примеры случайных величин 10.2.1.5 Знать определение дискретной и непрерывной случайной величины и уметь их различать 10.2.1.6 Составлять таблицу закона распределения некоторых дискретных случайных величин
Критерий оценивания	Обучающийся <ul style="list-style-type: none">• Определяет возможные значения случайной величины;• Распознает дискретные и непрерывные величины• Составляет таблицу закона распределения дискретных случайных величин
Уровень мыслительных навыков	Знание и понимание
Задание 1	<p>а) Сыграно три партии в шахматы. X – число выигранных шахматных партий. Запишите, какие возможные значения может принимать случайная величина X.</p> <p>б) Подбрасывается монета. Y – выпадение одной из ее сторон (стороны монеты: орел и решка). Запишите возможные значения, которые может принимать случайная величина Y.</p>

Дескриптор: *Обучающийся*

- записывает возможные значения для случайной величины в задании а);
- записывает возможные значения для случайной величины в задании б).

Задание 2

Ниже представлены примеры случайных величин. Укажите, какие из них будут являться дискретными, а какие непрерывными.

- 1) Сумма очков при бросании двух кубиков.
- 2) Расстояние точки попадания выстрела от центра мишени.
- 3) Количество входящих звонков на данный номер за месяц.
- 4) Время безотказной работы какого-нибудь прибора.

Дескриптор: *Обучающийся*

- указывает дискретные случайные величины;
- указывает непрерывные случайные величины.

Задание 3

В урне находится 5 белых и 3 черных шара. Наугад вынимают три шара. Запишите ряд распределения величины X – количество белых шаров в выборке.

Дескриптор: *Обучающийся*

- определяет значения случайной величины X ;
- находит вероятность исходов;
- составляет таблицу закона распределения случайной величины.

Задание 4

В денежной лотерее выпущено 100 билетов. Разыгрывается один выигрыш в 5000 тенге и десять выигрышей по 1000 тенге. Найти вероятности случайной величины X – стоимости возможного выигрыша для владельца одного лотерейного билета. Запишите ряд распределения дискретной случайной величины X – стоимости возможного выигрыша для владельца одного лотерейного билета.

Дескриптор: *Обучающийся*

- определяет значения случайной величины X ;
- находит вероятность исходов;
- составляет таблицу закона распределения случайной величины.

Цель обучения

- 10.2.1.8 Вычислять математическое ожидание дискретной случайной величины
- 10.2.1.9 Вычислять дисперсию и среднее квадратическое (стандартное) отклонение дискретной случайной величины

Критерий оценивания**Обучающийся**

- Использует свойства математического ожидания дискретной случайной величины
- Вычисляет дисперсию и стандартное отклонение случайной величины

Уровень мыслительных навыков

Применение

Задание 1

Дискретная случайная величина X имеет закон распределения, представленный ниже в таблице:

X	1	2	3
$P(X)$	0.8	0.6	0.2

Определите математическое ожидание.

Дескриптор: Обучающийся

- составляет выражение, используя закон распределения;
- вычисляет математическое ожидание.

Задание 2

Дискретная случайная величина X имеет закон распределения, представленный ниже в таблице.

X	1	2	3	4	5
$P(X)$	0.10	p	0.20	q	0.30

- а) Известно, что $M(X)=3.5$, напишите уравнение для нахождения p и q .
Найдите:
- б) $D(X)$.
- в) $M(2X)$.
- г) Стандартное отклонение.

Дескриптор: Обучающийся

- составляет выражение, используя закон распределения;
- использует формулу математического ожидания;
- находит неизвестные;
- использует формулу для нахождения дисперсии;
- вычисляет дисперсию;
- применяет свойство математического ожидания;
- находит стандартное отклонение.

Задание 3

Случайная величина X имеет распределение:

x_i	0	1	2	3	4
p_i	0,1	0,3	0,3	0,2	0,1

Найдите характеристики случайной величины.

Дескриптор: *Обучающийся*

- составляет выражение, используя закон распределения;
- использует формулу математического ожидания;
- вычисляет математическое ожидание;
- использует формулу дисперсии;
- вычисляет дисперсию;
- использует формулу стандартного отклонения;
- находит стандартное отклонение.

Цель обучения	10.2.1.10 Решать задачи с использованием числовых характеристик дискретных случайных величин
Критерий оценивания	Обучающийся <ul style="list-style-type: none"> • Решает задачи на нахождение числовых характеристик дискретной случайной величины
Уровень мыслительных навыков	Применение

Задание 1

На пути движения автомашины 4 светофора, каждый из которых запрещает дальнейшее движение автомашины с вероятностью 0,5. Найдите ряд распределения числа светофоров, пройденных машиной до первой остановки. Чему равны математическое ожидание и дисперсия этой случайной величины?

Дескриптор: Обучающийся

- определяет значения случайно величины X ;
- составляет ряд распределения числа светофоров, пройденных машиной до первой остановки;
- использует формулу математического ожидания;
- вычисляет математическое ожидание;
- использует формулу дисперсии;
- вычисляет дисперсию.