

**Сборник заданий формативного оценивания**

**по предмету «Геометрия»**

**10 класс**

*(общественно-гуманитарное направление)*

## **Уважаемый учитель!**

Коллективная работа учителей позволила разработать настоящий сборник заданий в качестве обучающего пособия в помощь учителю в рамках внедрения обновленного содержания образования. Задания с критериями оценивания и дескрипторами являются образцами, которые помогут предоставлять обучающимся конструктивную обратную связь по достижению целей обучения, подбирать и разрабатывать аналогичные задания, планировать уроки и проводить формативное оценивание.

Рекомендательный характер сборника предоставляет возможность Вам адаптировать, дополнять и вносить изменения в задания с учетом возможностей и потребностей обучающихся.

Дополнительные материалы (руководства, презентации, планы и др.), возможность обсуждения на форумах и видеоинструкции Вы можете найти на официальном сайте АОО «Назарбаев Интеллектуальные школы» [smk.edu.kz](http://smk.edu.kz).

## **Плодотворной работы и творческих успехов!**

Сборник предназначен для учителей основной школы, методистов, региональных и школьных координаторов по критериальному оцениванию и других заинтересованных лиц.

При подготовке сборника использованы ресурсы (рисунки, тексты, видео- и аудиоматериалы и др.), находящиеся в открытом доступе на официальных интернет-сайтах. Сборник разработан в не коммерческих целях.

## Содержание

<b>1 четверть</b> .....	4
Раздел «Аксиомы стереометрии. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве» ...	4
<b>2 четверть</b> .....	12
Раздел «Угол в пространстве. Расстояние в пространстве».....	12
<b>3 четверть</b> .....	15
Раздел «Угол в пространстве. Расстояние в пространстве».....	15
Раздел «Прямоугольная система координат и векторы в пространстве» .....	18
<b>4 четверть</b> .....	22
Раздел «Прямоугольная система координат и векторы в пространстве» .....	22

# 1 четверть

## Раздел «Аксиомы стереометрии. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве»

**Цель обучения** 10.2.1 Знать аксиомы стереометрии, их следствия; иллюстрировать и записывать их с помощью математических символов

**Критерий оценивания** *Обучающийся*

- Формулирует аксиомы стереометрии и их следствия
- Записывает аксиомы стереометрии и их следствия с помощью математических символов
- Выполняет чертежи по условию задачи

**Уровень мыслительных навыков** Знание и понимание

### Задание 1

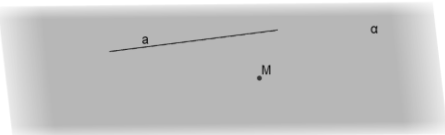
Объясните, с помощью аксиом стереометрии, что менее устойчиво на неровном полу: табуретка на трех ножках или стул на четырех ножках?

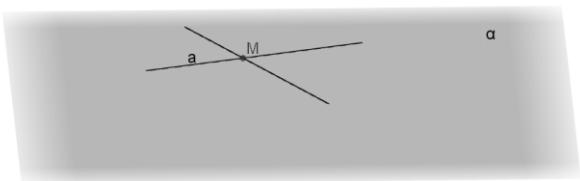
**Дескриптор:** *Обучающийся*

- применяет аксиому стереометрии;
- делает вывод.

### Задание 2

Заполните таблицу по теме «Аксиомы стереометрии и их следствия»

Рисунок	Формулировка	Запись символами
		$\alpha \cap \beta = a$
	Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость, и притом только одна.	
		
	Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости	
		$A \in \alpha$ $B \in \alpha$ $C \in \alpha$ (точки $A, B, C$ )

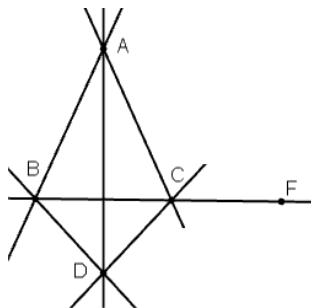
		лежат в плоскости $\alpha$ )
		

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- записывает аксиомы стереометрии;
- записывает следствия из аксиом;
- записывает аксиомы и их следствия математическими символами;
- иллюстрирует аксиомы стереометрии и их следствия.

### Задание 3

Дано: точки  $A, B, C$  и  $D$  не лежат в одной плоскости.



Укажите:

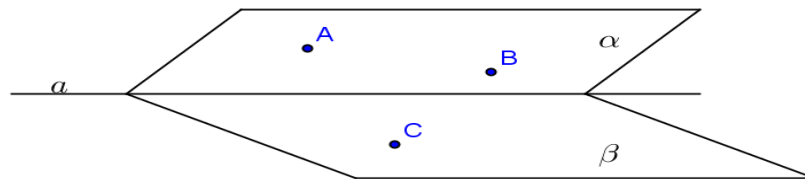
- 1) плоскости, которым принадлежит:
  - a) прямая  $AB$  ;
  - b) точка  $F$ ;
  - c) точка  $C$ ;
- 2) прямую пересечения плоскостей  $ABC$  и  $ACD$ .

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- указывает плоскость, которой принадлежит прямая;
- указывает плоскость, которой принадлежит точка;
- указывает прямую пересечения двух плоскостей.

### Задание 4

Дано: плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  пересекаются по прямой  $a$ . Точки  $A$  и  $B$  принадлежат плоскости  $\alpha$ , а точка  $C$  - плоскости  $\beta$ . Постройте прямые пересечения плоскости  $ABC$  с плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$ .



**Дескриптор:** *Обучающийся*

- определяет линию пересечения двух плоскостей;
- выполняет построение прямой пересечения двух плоскостей.

<b>Цель обучения</b>	10.2.2 Знать определение параллельных и скрещивающихся прямых в пространстве, определять и изображать их
	10.2.3 Знать свойства параллельных прямых в пространстве и применять их при решении задач

<b>Критерий оценивания</b>	<b>Обучающийся</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Определяет параллельные и скрещивающиеся прямые</li> <li>• Изображает параллельные и скрещивающиеся прямые</li> <li>• Применяет свойства параллельных прямых при решении задач</li> </ul>

<b>Уровень мыслительных навыков</b>	Знание и понимание
	Применение

### Задание 1

Точка  $D$  не лежит в плоскости треугольника  $ABC$ , точки  $M$ ,  $N$  и  $P$  - середины отрезков  $DA$ ,  $DB$  и  $DC$  соответственно, точка  $K$  лежит на отрезке  $BN$ . Постройте чертеж и выясните взаимное расположение прямых:

а)  $ND$  и  $AB$ ; б)  $PK$  и  $BC$ ; в)  $MN$  и  $AC$ ; д)  $KN$  и  $AC$ ; е)  $MD$  и  $BC$ .

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- выполняет чертеж;
- применяет свойства параллельных прямых;
- определяет пересекающиеся прямые;
- определяет параллельные прямые;
- определяет скрещивающиеся прямые.

### Задание 2

1. Выберите верное утверждение.

- Две прямые называются параллельными, если они не имеют общих точек;
- две прямые, параллельные третьей прямой, параллельны;
- две прямые, перпендикулярные третьей прямой, параллельны;

2. Прямые  $a$  и  $b$  скрещиваются с прямой  $c$ . Что можно сказать о прямых  $a$  и  $b$ ?

- Взаимное расположение точно определить нельзя.
- Скрещиваются или параллельны.
- Параллельны или пересекаются.
- Совпадают.

3. Прямая  $a$ , параллельная прямой  $b$ , пересекает плоскость  $\alpha$ . Прямая  $c$  параллельна прямой  $b$ , тогда:

- прямые  $a$  и  $c$  пересекаются;
- прямая  $c$  лежит в плоскости  $\alpha$ ;
- прямые  $a$  и  $c$  скрещиваются;
- прямая  $b$  лежит в плоскости  $\alpha$ ;
- прямые  $a$  и  $c$  параллельны.

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- применяет определение параллельных прямых;
- определяет взаимное расположение двух прямых;
- применяет свойства параллельных прямых.

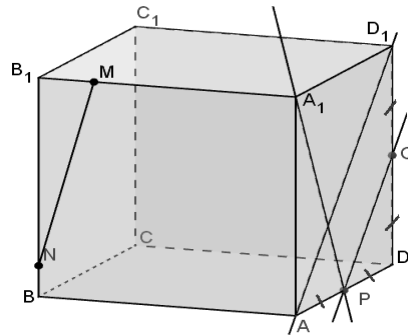
### Задание 3

Дано изображение куба. Каково взаимное расположение (на модели куба) следующих пар прямых:

1)  $QP$  и  $AD_1$ , если  $Q$  и  $P$  - середины  $DD_1$  и  $AD$ ;

- 2)  $AD_1$  и  $A_1P$ ;
- 3)  $MN$  и  $AD_1$ ;
- 4)  $CD$  и  $A_1P$ ;
- 5)  $MN$  и  $AB$ ?

Для пересекающихся прямых укажите точку пересечения, для скрещивающихся и параллельных прямых укажите признак, на который опираетесь.



**Дескриптор:** *Обучающийся*

- находит параллельные прямые;
- указывает признак для параллельных прямых;
- находит пересекающиеся прямые;
- указывает точку пересечения для пересекающихся прямых;
- находит скрещивающиеся прямые;
- указывает признак для скрещивающихся прямых.

**Цель обучения**

10.2.4 Знать признаки, свойства параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости и применять их при решении задач

**Критерий оценивания****Обучающийся**

- Применяет признаки свойства и признаки параллельности прямой и плоскости
- Применяет свойства и признаки перпендикулярности прямой и плоскости

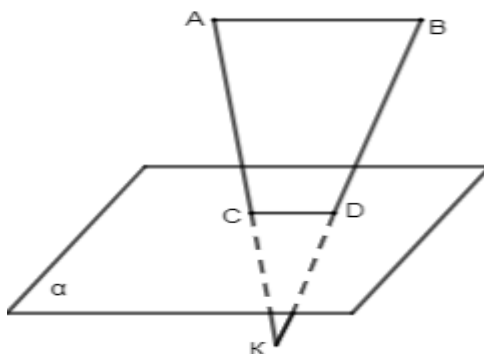
**Уровень мыслительных навыков**

Применение

**Задание 1**

На рисунке  $AB \parallel \alpha$ ,  $AB = 7$ , плоскость  $(ABK)$  пересекает  $\alpha$  по прямой  $CD$ , причем  $AC = 6$ ,  $CK = 8$ .

- 1) Выясните, каково взаимное расположение прямых  $AB$  и  $CD$ .
- 2) Найдите длину  $CD$ .

**Дескриптор: Обучающийся**

- определяет взаимное расположение прямых;
- применяет свойства параллельных прямых;
- доказывает подобие треугольников;
- составляет пропорцию соответственных сторон;
- находит длину неизвестного отрезка.

**Задание 2**

Плоскость  $\alpha$  пересекает стороны  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  соответственно в точках  $B_1$  и  $C_1$ . Известно, что  $BC \parallel \alpha$ ,  $AB : B_1B = 8:3$ .  $AC = 16$  см.

1. Докажите, что  $B_1C_1 \parallel BC$ .
2. Найдите  $AC_1$ .

**Дескриптор: Обучающийся**

- выполняет рисунок по условию;
- применяет свойства и признак параллельности прямой и плоскости;
- доказывает подобие треугольников;
- составляет пропорцию соответственных сторон;
- находит неизвестный отрезок.

**Задание 3**

К плоскости ромба  $ABCD$  проведен перпендикуляр  $OP$  через точку  $O$  пересечения диагоналей.

- а) Выполните рисунок.
- б) Докажите, что  $BD \perp (OPC)$ .

**Дескриптор: Обучающийся**

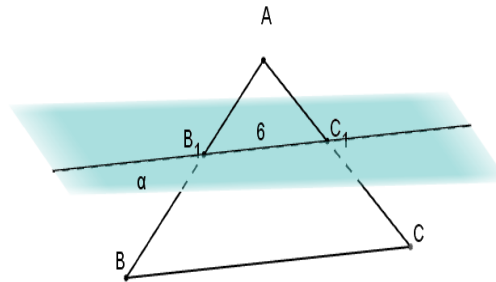
- выполняет рисунок;



- применяет признак перпендикулярности прямой и плоскости;
- делает вывод о перпендикулярности прямой и плоскости.

#### Задание 4

Плоскость  $\alpha$  пересекает стороны  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  в точках  $B_1$  и  $C_1$  соответственно.  $B_1C_1 \parallel BC$ ,  $AC_1 : C_1C = 3:4$ . Найдите  $BC$ .



**Дескриптор:** *Обучающийся*

- применяет свойства параллельных прямых;
- доказывает подобие треугольников;
- составляет пропорцию соответственных сторон;
- находит неизвестный отрезок.

**Цель обучения**

10.2.5 Знать признаки параллельности и перпендикулярности плоскостей и применять их при решении задач

**Критерий оценивания**

**Обучающийся**

- Применяет признак параллельности плоскостей при решении задач
- Применяет признак перпендикулярности плоскостей при решении задач

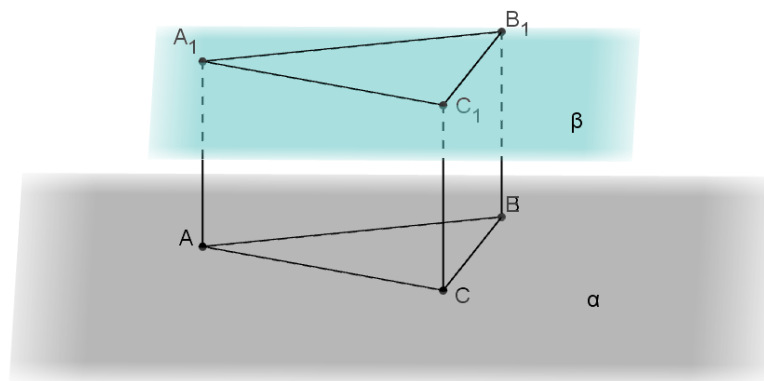
**Уровень мыслительных навыков**

Применение

**Задание 1**

Точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  принадлежат плоскости  $\alpha$ , а точки  $A_1$ ,  $B_1$  и  $C_1$  принадлежат плоскости  $\beta$ . Параллельные отрезки  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  заключены между параллельными плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$ .

- определите вид четырехугольников  $A_1B_1BA$ ;  $B_1C_1CB$  и  $A_1C_1CA$ ;
- докажите, что треугольники  $A_1B_1C_1$  и  $ABC$  равны.



**Дескриптор:** *Обучающийся*

- применяет свойства параллельных плоскостей;
- использует признаки параллелограмма;
- определяет вид четырехугольников  $A_1B_1BA$ ;  $B_1C_1CB$ ;  $A_1C_1CA$ ;
- использует свойства параллелограмма;
- делает вывод о равенстве треугольников.

**Задание 2**

Установите правильную последовательность действий в доказательстве утверждения:  
**Если две параллельные плоскости пересечены третьей, то линии их пересечения параллельны.**

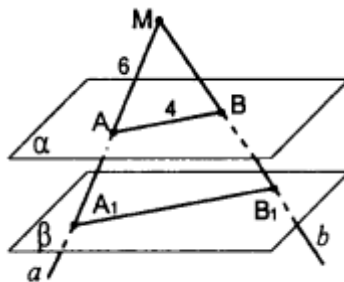
- Если бы прямые  $a$  и  $b$  пересекались, то плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  имели бы общую точку, что невозможно, так как  $\alpha \parallel \beta$
- Итак, прямые  $a$  и  $b$  лежат в одной плоскости и не пересекаются, т.е.  $\alpha \parallel \beta$ .
- Эти прямые лежат в одной плоскости (в плоскости  $\gamma$ ) и не пересекаются.
- Докажем, что  $a \parallel b$ .
- Рассмотрим прямые  $a$  и  $b$ , по которым параллельные плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  пересекаются с плоскостью  $\gamma$ .

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- воспроизводит доказательство утверждения.

### Задание 3

Дано: прямые  $a$  и  $b$  пересекаются в точке  $M$ .  $AA_1=3$ ,  $MB_1=12$ . Найдите длины отрезков  $A_1B_1$ ,  $MB$  и  $BB_1$ .

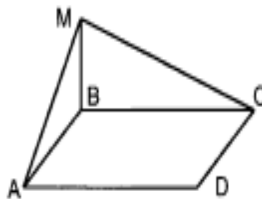


**Дескриптор:** *Обучающийся*

- применяет свойство параллельных плоскостей;
- доказывает подобие треугольников;
- составляет пропорцию соответственных сторон;
- вычисляет длину отрезка.

### Задание 4

Дано  $ABCD$  - прямоугольник. Прямая  $MB$  перпендикулярна плоскости  $ABC$ . Докажите перпендикулярность плоскостей  $AMB$  и  $MCB$ .



**Дескриптор:** *Обучающийся*

- использует признак перпендикулярности прямой и плоскости;
- делает вывод о перпендикулярности прямых;
- применяет признак перпендикулярности плоскостей.

## 2 четверть

### Раздел «Угол в пространстве. Расстояние в пространстве»

#### Цель обучения

10.2.6 Знать определение угла между двумя прямыми в пространстве

10.3.5 Знать определение перпендикуляра, наклонной и проекции наклонной в пространстве

#### Критерий оценивания

##### Обучающийся

- Находит угол между двумя прямыми в пространстве
- Определяет перпендикуляр, наклонную и проекцию наклонной в пространстве

**Уровень мыслительных навыков** Знание и понимание

#### Задание 1

Из некоторой точки проведены к данной плоскости перпендикуляр и наклонная, угол между которыми равен  $\phi$ .

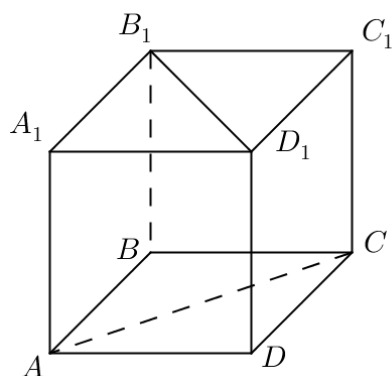
- а) Найдите наклонную и ее проекцию на данную плоскость, если перпендикуляр равен  $d$ .
- б) Найдите перпендикуляр и проекцию наклонной, если наклонная равна  $m$ .

#### Дескриптор: Обучающийся

- выполняет чертеж по условию задачи;
- применяет соотношения в прямоугольном треугольнике;
- находит наклонную;
- находит проекцию наклонной;
- находит перпендикуляр.

#### Задание 2

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  - куб. Найдите угол между прямыми, содержащими отрезки  $AC$  и  $B_1 D_1$ .  
Ответ дайте в градусах.



#### Дескриптор: Обучающийся

- определяет взаимное расположение прямых  $AC$  и  $B_1 D_1$ ;
- определяет угол между прямыми, содержащими отрезки  $AC$  и  $B_1 D_1$ ;
- применяет свойство диагоналей квадрата;
- находит градусную меру искомого угла.

#### Задание 3

Основание  $AD$  трапеции  $ABCD$  лежит в плоскости  $\alpha$ . Через точки  $B$  и  $C$  проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\alpha$  в точках  $E$  и  $F$  соответственно.

- а) Каково взаимное положение прямых  $EF$  и  $AB$  ?  
б) Чему равен угол между прямыми  $EF$  и  $AB$  , если  $\angle ABC = 150^\circ$ ?  
Ответ поясните.

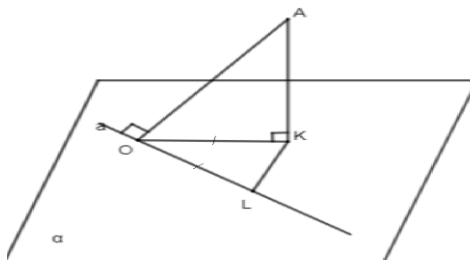
**Дескриптор:** *Обучающийся*

- выполняет чертеж по условию задачи и определяет взаимное положение прямых;
- определяет угол между прямыми;
- находит искомый угол между прямыми.

<b>Цель обучения</b>	10.3.1 Знать теорему о трех перпендикулярах и применять её при решении задач
<b>Критерий оценивания</b>	<b>Обучающийся</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Применяет теорему о трех перпендикулярах при решении задач</li> </ul>
<b>Уровень мыслительных навыков</b>	Применение

**Задание 3**

Прямая  $a$  лежит в плоскости  $\alpha$ ,  $AO \perp a$ ,  $AK \perp \alpha$ . Точка  $K$  лежит в плоскости  $\alpha$ , точка  $L$  принадлежит прямой  $a$ . Найдите  $AK$ , если  $OK = OL$ ,  $KL = \sqrt{6}$ ,  $\angle AOK = 60^\circ$ .



**Дескриптор:** *Обучающийся*

- определяет на рисунке перпендикуляр и наклонную;
- применяет теорему о трех перпендикулярах;
- делает вывод о виде треугольника;
- применяет теорему Пифагора;
- применяет соотношения в прямоугольном треугольнике;
- находит длину искомого отрезка.

### 3 четверть

#### Раздел «Угол в пространстве. Расстояние в пространстве»

<b>Цель обучения</b>	10.3.2 Знать определение угла между прямой и плоскостью, уметь изображать, находить его величину
	10.3.3 Знать определение угла между плоскостями (двугранный угол), изображать и находить его величину

<b>Критерий оценивания</b>	<b>Обучающийся</b>
	<ul style="list-style-type: none"><li>• Находит угол между прямой и плоскостью</li><li>• Изображает угол между прямой и плоскостью</li><li>• Определяет двугранный угол на чертеже</li><li>• Изображает двугранный угол</li></ul>

<b>Уровень мыслительных навыков</b>	Знание и понимание
	Применение

#### Задание 1

Диагональ куба равна 6 см. Найдите:

- а) ребро куба;
- б) косинус угла между диагональю куба и плоскостью одной из его граней.

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- выполняет чертеж по условию задачи;
- применяет теорему Пифагора;
- находит ребро куба;
- определяет угол между диагональю куба и плоскостью одной из его граней;
- вычисляет косинус угла между диагональю куба и плоскостью одной из его граней.

#### Задание 2

Ребра основания прямоугольного параллелепипеда имеют длину 4 см и 3 см, высота параллелепипеда равна 5 см. Найдите:

- а) диагональ прямоугольного параллелепипеда;
- б) угол между диагональю и плоскостью основания.

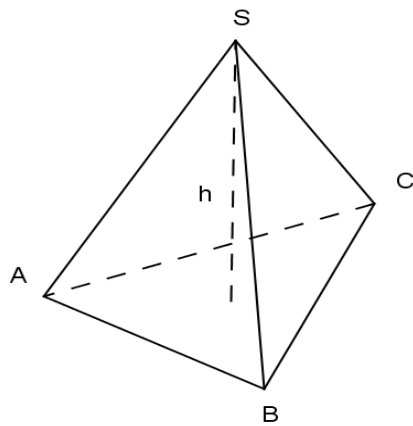
**Дескриптор:** *Обучающийся*

- использует теорему Пифагора;
- вычисляет диагональ прямоугольного параллелепипеда;
- определяет на рисунке угол между диагональю и плоскостью основания;
- находит угол между диагональю и плоскостью основания.

#### Задание 3

На данном рисунке укажите:

- 1) угол между прямой  $SA$  и плоскостью  $ABC$  ;
- 2) угол между плоскостями  $BSC$  и  $ABC$  .

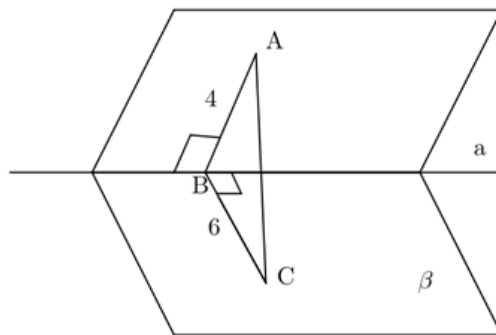


**Дескриптор:** *Обучающийся*

- определяет перпендикуляр, наклонную и проекцию наклонной;
- указывает угол между прямой и плоскостью;
- строит перпендикуляры к прямой;
- указывает угол между плоскостями.

**Задание 4**

Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  пересекаются по прямой  $a$ .  $AB = 4$ ,  $AC = 2\sqrt{7}$ ,  $BC = 6$ . Найдите угол между плоскостями  $\alpha$  и  $\beta$ .



**Дескриптор:** *Обучающийся*

- применяет теорему косинусов;
- вычисляет угол между плоскостями.



<b>Цель обучения</b>	10.3.4 Уметь находить расстояние от точки до плоскости и между скрещивающимися прямыми
<b>Критерий оценивания</b>	<b>Обучающийся</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Находит расстояние от точки до плоскости</li> <li>• Находит расстояние между скрещивающимися прямыми</li> </ul>
<b>Уровень мыслительных навыков</b>	Применение

### Задание 1

Диагонали ромба  $ABCD$  равны 12 см и 16 см. Точка  $O$ , расположенная вне плоскости ромба, удалена от всех сторон ромба на 8 см. Найдите расстояние от точки  $O$  до плоскости ромба.

#### Дескриптор: Обучающийся

- выполняет рисунок по условию задачи и применяет свойство диагоналей ромба;
- применяет теорему Пифагора;
- находит расстояние от точки до плоскости.

### Задание 2

К плоскости квадрата  $ABCD$  проведен перпендикуляр  $KD$ . Сторона квадрата равна 5 см. Найдите расстояние между прямыми:

- $AB$  и  $KD$ ;
- $KD$  и  $AC$ .

#### Дескриптор: Обучающийся

- выполняет рисунок по условию задачи;
- определяет взаимное расположение прямых;
- указывает общий перпендикуляр;
- находит расстояние между прямыми.

### Задание 3

Телефонный провод длиной 15 м протянули от телефонного столба, где он прикреплен на высоте 8 м от поверхности земли, к дому, где его прикрепили на высоте 20 м. Найдите расстояние между домом и столбом, предполагая, что провод не провисает.

#### Дескриптор: Обучающийся

- выполняет чертеж по условию задачи и проводит дополнительное построение;
- применяет теорему Пифагора;
- находит расстояние от точки до плоскости.

<b>Цель обучения</b>	10.4.1 Уметь изображать на плоскости прямоугольную систему координат в пространстве и описывать её 10.4.2 Уметь находить расстояние между двумя точками в пространстве
<b>Критерий оценивания</b>	<b>Обучающийся</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Изображает на плоскости прямоугольную систему координат в пространстве и описывает ее</li> <li>• Находит расстояние между двумя точками в пространстве</li> </ul>
<b>Уровень мыслительных навыков</b>	Знание и понимание Применение

**Задание 1**

Заполните пропуски:

- a) точка  $C(0; -3; 0)$  лежит на оси \_\_\_\_\_.
- b) точка  $E(2; 0; -1)$  лежит на \_\_\_\_\_.
- c) точка  $M(0; 0; t)$  лежит на \_\_\_\_\_.
- d) точка  $T(0; t; 0)$  лежит на \_\_\_\_\_.

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- определяет точки, лежащие на оси абсцисс;
- определяет точки, лежащие на оси ординат;
- определяет точки, лежащие на оси аппликат.

**Задание 2**

Изобразите в прямоугольной системе координат точки:

$$A(1; 2; 3), B(-2; 0; 3), C(0; 0; -4), D(3; -1; 0)$$

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- строит прямоугольную систему координат;
- изображает заданные точки в системе координат.

**Задание 3**

Среди данных точек  $A(-6; 0; 0), L(10; -5; 0), C(0; 6; 0), D(7; -8; 0), H(0; 0; -20), G(0; 11; -2)$ .

Найдите те, которые принадлежат:

- a) оси  $Oy$ ;
- b) оси  $Oz$ ;
- c) плоскости  $Oxy$ ;
- d) плоскости  $Oyz$ ;

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- находит точки, принадлежащие оси  $Oy$ ;
- находит точки, принадлежащие оси  $Oz$ ;
- находит точки, принадлежащие плоскости  $Oxy$ ;
- находит точки, принадлежащие плоскости  $Oyz$ .

**Задание 4**

Цветочную клумбу, имеющую форму треугольника с вершинами  $A(8; 0; 6), B(8; -4; 6), C(6; -2; 5)$ , нужно огородить со всех сторон. Найдите длину изгороди.

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- использует формулу расстояния между двумя точками в пространстве ;
- вычисляет длину каждой стороны;
- находит периметр.

### **Задание 5**

Даны точки  $A(\frac{3}{2}; 1; -2)$ ,  $B(2; 2; -3)$  и  $C(2; 0; -1)$ .

Найдите:

- периметр треугольника  $ABC$  ;
- длины медиан треугольника  $ABC$  .

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- находит координаты векторов;
- находит длины векторов;
- вычисляет периметр треугольника;
- находит координаты середин сторон треугольника;
- находит длины медиан.

<b>Цель обучения</b>	10.4.3 Уметь находить координаты середины отрезка в пространстве
<b>Критерий оценивания</b>	<i>Обучающийся</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Применяет формулу координат середины отрезка в пространстве</li> </ul>
<b>Уровень мыслительных навыков</b>	Применение

**Задание 1**

- а) Точка  $C(2;3;6)$  является серединой отрезка  $AB$ . Определите координаты точки  $A$ , если  $B(7;5;8)$ .
- б) Даны точки  $A(-3;m;5)$  и  $B(2;-2;n)$ . Точка  $C$  - середина  $AB$ ,  $C \in OX$ . Найдите:  $m, n$ .

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- использует формулу координат середины отрезка;
- выполняет вычисления;
- находит координаты точки.

**Задание 2**

Даны вершины треугольника  $A(x;2;-3)$ ,  $B(3;x;6)$  и  $C(2;-1;x)$ . Найдите число  $x$ , если сумма координат середин всех сторон равна 6.

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- находит координаты середин сторон;
- составляет уравнение;
- решает уравнение;
- находит значение неизвестную.

**Цель обучения** 10.4.4 Знать уравнение сферы и применять его при решении задач

**Критерий оценивания** *Обучающийся*

- Применяет уравнение сферы при решении задач

**Уровень мыслительных навыков** Применение

**Задание 1**

Напишите уравнение сферы, которая проходит через точки с координатами  $(0;0;0)$ ,  $(0;0;1)$ ,  $(0;1;0)$ ,  $(1;0;0)$ .

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- применяет уравнение сферы;
- составляет систему уравнений;
- решает систему уравнений;
- записывает уравнение сферы.

**Задание 2**

Сфера задана уравнением:  $x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 4z = 4$ .

- Найдите координаты центра и радиус сферы;
- Найдите значение  $m$ , при котором точки  $A(0; m; 2)$  и  $B(1; 1; m - 2)$  принадлежат данной сфере.

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- группирует слагаемые;
  - выделяет из данного уравнения полный квадрат;
  - находит координаты центра сферы;
  - находит радиус сферы;
- записывает уравнение сферы;
  - подставляет координаты точек в уравнение сферы;
  - составляет систему уравнений;
  - находит значение неизвестной.

## 4 четверть

### Раздел «Прямоугольная система координат и векторы в пространстве»

<b>Цель обучения</b>	10.4.5 Уметь находить координаты и длину вектора в пространстве
<b>Критерий оценивания</b>	<i>Обучающийся</i> <ul style="list-style-type: none"><li>• Находит координаты вектора в пространстве</li><li>• Вычисляет длину вектора</li></ul>
<b>Уровень мыслительных навыков</b>	Применение

#### Задание 1

Даны точки:  $A(1;4;3)$   $B(5;4;6)$   $C(9;4;9)$ .

- Найдите координаты векторов:  $\vec{AB}$ ,  $\vec{AC}$ ,  $\vec{BC}$ .
- Выясните, равнобедренный ли треугольник, построенный на этих векторах.

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- находит координаты векторов;
- находит длины векторов;
- применяет определение равнобедренного треугольника.

#### Задание 2

При каких значениях  $z$  длина вектора  $\vec{c} = 2\vec{i} - 9\vec{j} + z\vec{k}$  равна 11? Вычислите произведение всех найденных значений  $z$ .

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- определяет координаты вектора;
- составляет выражение для нахождения длины вектора;
- решает уравнение;
- находит значения переменной;
- вычисляет произведение всех найденных значений переменной.

<b>Цель обучения</b>	10.4.6 Знать определения коллинеарных и компланарных векторов в пространстве, условие коллинеарности векторов
<b>Критерий оценивания</b>	<i>Обучающийся</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Применяет условия коллинеарности векторов в пространстве</li> <li>• Определяет компланарные вектора на чертеже</li> </ul>
<b>Уровень мыслительных навыков</b>	Применение

### Задание 1

- а) При каком значении  $t$  векторы  $\vec{a}(2;3;-4)$  и  $\vec{b}(t;-6;8)$  коллинеарны?
- б) Дан  $\vec{a}(1;2;3)$ . Найдите коллинеарный ему вектор с началом в точке  $A(1;1;1)$  и концом в точке  $B$  на плоскости  $XU$ .

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- использует условие коллинеарности векторов;
- находит значение параметра;
- определяет координаты точки конца вектора;
- записывает координаты вектора;
- использует условие коллинеарности векторов;
- составляет и решает систему уравнений;
- находит координаты вектора.

### Задание 2

Докажите, что вектора  $\vec{a}(4;3;1)$  и  $\vec{b}(8;6;2)$  коллинеарны.

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- использует условие коллинеарности векторов;
- делает вывод о коллинеарности векторов.

### Задание 3

Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Какие из следующих трех векторов компланарны:

- а)  $\overline{AA_1}$ ,  $\overline{CC_1}$ ,  $\overline{BB_1}$  ;
- б)  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AD}$ ,  $\overline{AA_1}$  ;
- в)  $\overline{B_1B}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{DD_1}$  ;
- д)  $\overline{AD}$ ,  $\overline{CC_1}$ ,  $\overline{A_1B_1}$  ?

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- определяет равенство векторов;
- определяет параллельность векторов;
- использует параллельный перенос вектора;
- применяет определение компланарных векторов;
- делает вывод о компланарности векторов.

**Цель обучения**

10.4.7 Выполнять сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число

**Критерий оценивания**

**Обучающийся**

- Применяет правила сложения и вычитания векторов
- Умножает вектор на число

**Уровень мыслительных навыков**

Применение

**Задание 1**

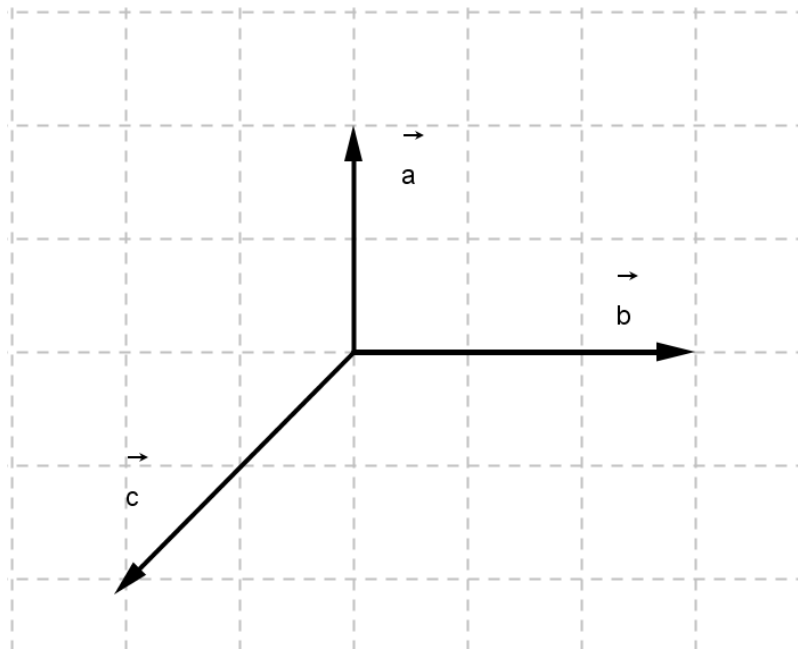
Найдите координаты вектора  $\vec{p} = 2\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} + \vec{c}$ , если  $\vec{a}(1;-2;0)$ ,  $\vec{b}(0;3;-6)$ ,  $\vec{c}(-2;3;1)$ .

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- применяет правило умножения на число;
- выполняет действия над векторами.

**Задание 2**

Векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  лежат на координатных осях. Постройте вектор суммы этих векторов.



**Дескриптор:** *Обучающийся*

- выполняет построение параллелепипеда;
- применяет правило сложения нескольких векторов в пространстве;
- указывает вектор суммы данных векторов.



<b>Цель обучения</b>	10.4.8 Знать формулу скалярного произведения векторов в координатной форме и применять её при решении задач
<b>Критерий оценивания</b>	<i>Обучающийся</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Применяет формулу скалярного произведения векторов при решении задач</li> </ul>
<b>Уровень мыслительных навыков</b>	Применение

### Задание 1

Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром, равным 2.

- Вычислите скалярное произведение векторов  $A_1 \vec{B} \cdot D \vec{C}_1$ .
- Докажите, что  $A \vec{D} \perp B \vec{B}_1$ .

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- вычисляет длины векторов  $A_1 \vec{B}$  и  $D \vec{C}_1$ ;
- определяет значение косинуса угла между векторами;
- вычисляет скалярное произведение векторов;
- применяет условие перпендикулярности векторов;
- делает вывод о перпендикулярности.

### Задание 2

Вычислите, какую работу производит сила  $\vec{F} = \{2; -1; -4\}$ , когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается из положения  $M(1; -2; 3)$  в положение  $N(5; -6; 1)$ .

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- записывает формулу работы силы при прямолинейном движении;
- находит вектор перемещения;
- вычисляет скалярное произведение векторов;

### Задание 3

При каких значениях  $\alpha$  векторы  $\vec{a} + \alpha \vec{b}$  и  $\vec{a} - \alpha \vec{b}$  перпендикулярны, если  $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2$ ?

**Дескриптор:** *Обучающийся*

- применяет условие перпендикулярности векторов;
- вычисляет скалярное произведение векторов;
- упрощает полученное выражение;
- находит значения параметра.